

## 建築構造力学（5）

### 第3回 地震力と応答スペクトル

#### 3.1 強震動計測と地震外力

地震が発生したときに、建物に作用する外力がどれほど大きいという疑問は、耐震工学が始まった初期から存在した疑問である。この疑問に答えるためには、地震時の大地の揺れを計測することから始めなければならない。地震計の設置や地震動の計測をいち早く始めたのは、実は、我が国が最初なのである。（例えば、1923年9月1日の関東大地震でも大森地震計は、地震計の針が振り切れるほどの大地震であった。震災予防調査会の報告書には、南北方向に振り切れ、東西方向には最大値で繰り返す記録が数分間に渡って記録された地震計のデータが記載されている。）

しかし、実際に学問的に意味のあるデータとして信頼性のあるデータが記録されたのは、米国が最初である。特に、G. Housner を中心とするカリフォルニア工科大学の地震研究が著名で、地震動の計測後、地震動によって建物に作用する外力がどの程度大きくなるのか、初めて明らかとしたのはカリフォルニア工科大学の地震動研究グループである。最も初期に観測された地震記録で、その後、我が国の超高層ビルの実施設計で長らく用いられてきたデータを図1に示す。これは、インペリアルバレー地震の際に、エルセントロという場所にある変電所の地下室で記録された地震加速度記録である。（1940年5月18日）

許容応力度設計の観点からは、地震動の最大加速度が分かれば、設計用の地震外力は特定できる。この場合は、 $341\text{cm/sec}^2$  であるから、設計用ベースシア係数  $C_0$  は 0.34 となる。

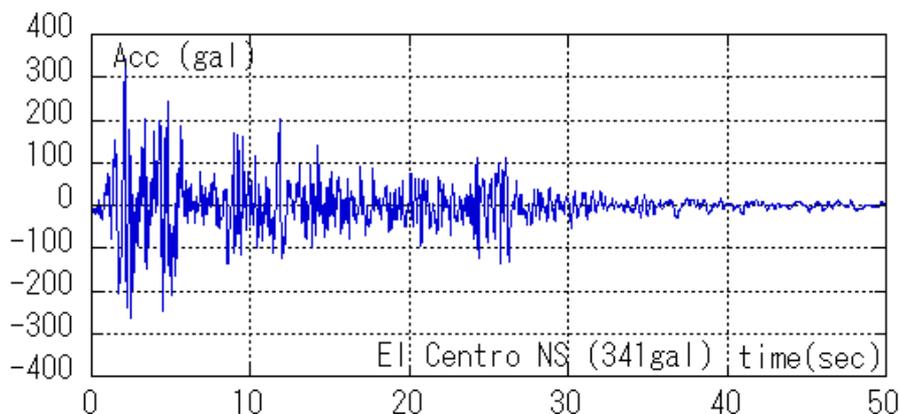


図 1 インペリアルバレー地震 El Centro NS 加速度記録

### 3.2 時刻歴応答解析モデルと解析法

1 質点系の振動モデルに地震加速度が入力したとき、振動モデルの応答変形や応答速度、そして絶対加速度応答の値を計算する方法について考察する。まず、図 1 には水平剛性  $k$  質量  $m$  の振動モデルを示す。振動モデルを支えている地面が地震によって動き始めると、ニュートンの力学法則によって式 (1) が成立する。ここで、柱 1 本の水平剛性を  $k/2$  とし、水平剛性はその 2 倍とした。

普通の建物構造物では、減衰装置は設置されていないので減衰係数はゼロであるが、自然界では時間の経過とともに振動は減少していく。そこで、何らかの原因で振動エネルギーが地面に伝達して振動が減衰することをモデル化するために、式(1)に減衰係数  $c$  という定数を加えて、減衰性のある振動モデルを式(2)で表現する。さらに、式(3)の置換を行うと、式(2)は式(4)に変換される。ここで、 $h$  を減衰率あるいは減衰定数と呼ぶ。これに対して、 $c$  を減衰係数と呼ぶ。前者は無次元量 (実数) であるが、後者は物理量であり単位がある。式(4)の地震加速度  $\ddot{x}_G(t)$  として図 1 に示す地震記録を代入し、対応する変形  $x(t)$  あるいは速度  $\dot{x}(t)$  絶対加速度  $\ddot{x} + \ddot{x}_G$  などの時刻歴波形を計算することができる。そのためには、減衰係数  $c$  や水平剛性  $k$  の値を事前に与えておかなければならない。許容応力度設計法 (1981 年以前) 時代に設計された建物構造の固有周期は、10 階建ての建物であれば、凡そ 0.5 秒から 1.0 秒程度である。固有周期は建物の高さに比例して長くなるので、50 階建ての超高層ビルでは、5.0 秒前後となる。

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_G) = -kx(t) \tag{1}$$

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_G) = -c\dot{x}(t) - kx(t) \tag{2}$$

$$c = 2m\omega_0 h : k = m\omega_0^2 \tag{3}$$

$$\ddot{x} + 2\omega_0 h\dot{x} + \omega_0^2 x(t) = -\ddot{x}_G(t) \tag{4}$$

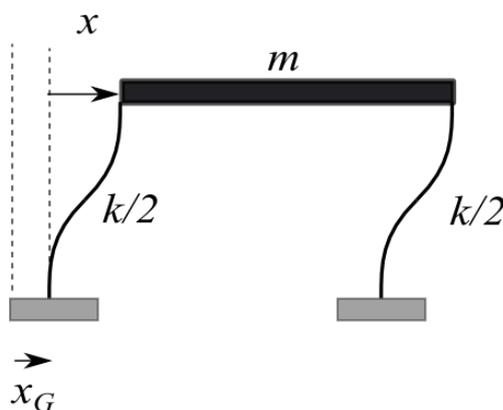


図 2 1 質点系の地震応答解析のモデル

そこで、10 階建ての建物構造物で、高さが約 40M とし、固有周期が 1 秒で減衰率がほぼ 2%と仮定する。建物の振動モデルは、もっと複雑であるが最も簡単な 1 質点系の振動モデルを用いて、地震の際の建物振動を予測することが、通常よく行われる。時間の経過とともに振幅は増大していくが、地震動が小さくなるにつれて建物の振動も小さくなり、最後は元の状態に戻って静止する。図 3 には、固有周期が 1 秒で、減衰率が 2 %の振動モデルに、エルセントロ NS 地震記録 341gal を入力したときの絶対加速度（地動の加速度を含む 1 質点系の加速度応答波形）を示す。

図 3 を見ると、最も大きな振幅で振動しているときの最大加速度が、建物に作用している外力の最大値となる。その時刻は、地震が発生した直後ではなく、地震が収束する最後でもない。地震継続時間の途中で、最も大きな地震外力が建物に作用することが分かる。強震動観測が行われ、データが次々と観測され、コンピュータ技術が進歩すると応答解析が容易に行われるようになった。すると驚くべきことが分かってきた。地震動の加速度記録の最大値は 341gal であるにも関わらず、建物の絶対加速度（外力の最大値）は 600gal を超えている。そこで、1 秒以外の周期についても、同様の計算を行い、異なる固有周期の建物についても、地震外力の最大値を求めグラフにプロットしたものが、絶対加速度応答スペクトルである。エルセントロ 341gal の地震記録に対する加速度応答スペクトルを図 4 に示す。図 4 の赤い点は、固有周期が 1 秒で減衰率が 2%の解析結果（図 3）をプロットしたものである。図 4 では、減衰率によって加速度応答スペクトルの値は変化するので、 $h=2\%$  のスペクトルは青線で示した。

このようにして、応答スペクトルという概念が生まれた。絶対加速度だけでなく、変位応答スペクトル、速度応答スペクトルについても求めることができる。図 5 には、速度応答スペクトルを示す。

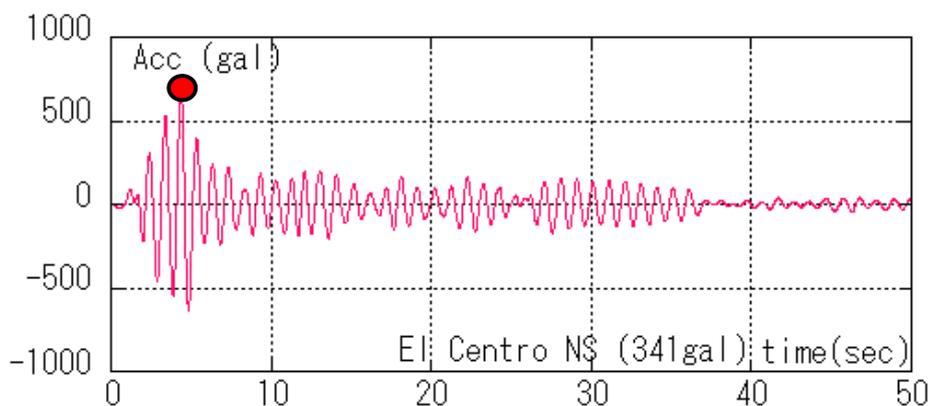


図 3 1 質点系の時刻歴応答解析例（1.0 秒、減衰 2%）

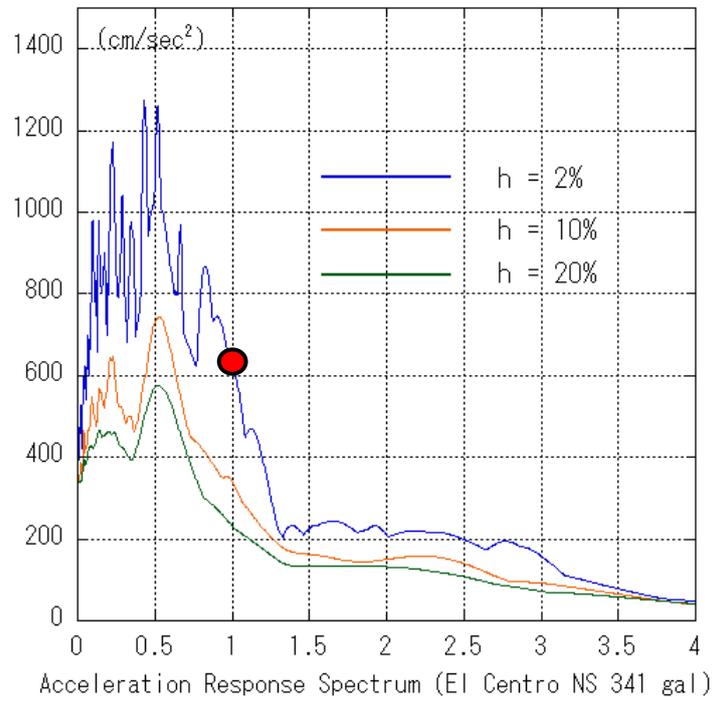


図 4 加速度応答スペクトル (エルセントロ NS 341gal 入力)

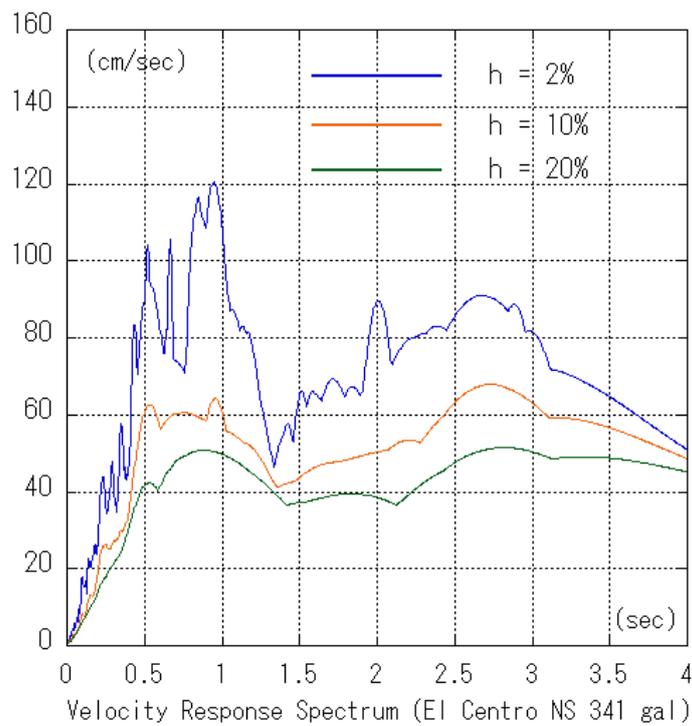


図 5 速度応答スペクトル (エルセントロ NS 341gal 入力)

### 3.3 時刻歴応答解析ソフトと応答スペクトルの計算

地震動記録が異なると、当然、異なる地震応答スペクトルが得られる。応答スペクトルの概念が Housner らの研究チームによって提案されると、まず、加速度応答スペクトルが注目された。なぜなら、加速度応答スペクトルが求まると地震外力の値が確実に求まるからである。そこで、カリフォルニア各地に地震計が設置され加速度記録が観測されるようになった。多くの加速度記録から、様々な加速度応答スペクトルが得られ、それらを包含する設計用スペクトルを求めることが試みられた。ここで、同じことを試してみよう。

◇ つぎのサイトからエクセルの表計算ソフトをダウンロードしてください。

<http://nishimura-lab.jp/lecture/earthquake/Ver3.xls>

この表計算ソフトには、神戸海洋気象台で 1995 年 1 月 17 日に記録された最大加速度 820 ガルの地震動記録で 1 質点系の振動モデルの計算マクロが記載されています。計算方法は 2 階の常微分方程式を逐次積分することで応答計算できるようになっています。

計算結果は絶対加速度応答のグラフと変位応答のグラフが表示されるようになっており、固有周期  $T$  と減衰率  $h$  を変えると、応答解析結果の変化する様子が一目でわかります。この表計算ソフトを使えば、加速度応答スペクトルや変位応答スペクトルを、異なる地震動記録に対して求めることが可能です。この表計算ソフトには神戸海洋気象台の地震記録が入っていますが、もしも別の外力加速度を使えば、別の地震動に対する応答解析も行うことができます。図 6 には変位応答スペクトルの計算結果を示します。

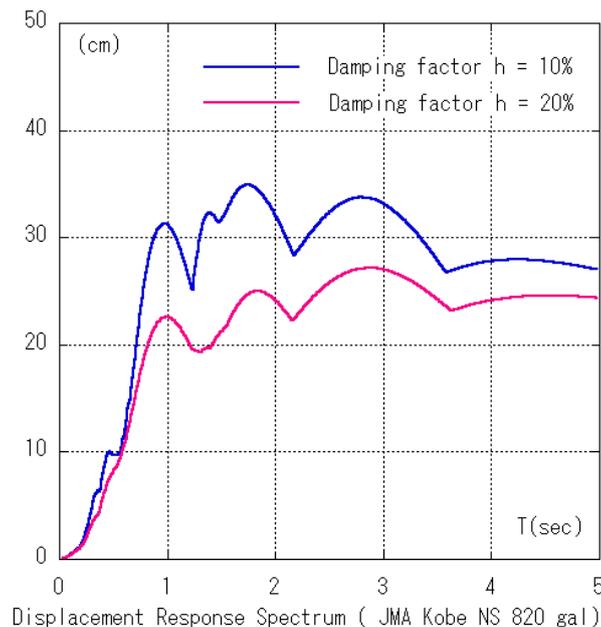


図 6 変位応答スペクトル 1995 年 1 月 17 日 JMA 神戸 820gal 入力

### 3.4 時刻歴応答解析の結果と応答スペクトルの解釈

加速度応答スペクトルが初めて計算された当時は、減衰性能の高い建築構造は存在せず、減衰率は自然界に存在する、ごく微小な値（例えば 2%程度）を仮定するのが普通であった。図4で言えば、 $h=2\%$ の青いラインが普通の建築構造物に作用する地震力の大きさである。絶対加速度応答スペクトルが計算された当初、短周期（1秒よりも短い）領域の値が、1G(980gal)を超えていることに多くの研究者や技術者は驚くとともに、なぜ、低層の建築物の地震被害が少ないのか疑問を持つようになった。なぜなら、許容応力度設計法により耐震設計された建物は総重量の0.2倍程度の地震外力に対して設計されていたからである。たとえ、安全率を加味したとしても600galあるいは1000galの水平外力が作用すれば建物の柱梁に発生する曲げモーメントや軸力は、すぐに許容応力度を超え、部材は最大耐力に達するからである。

しかしながら、実際の地震被害は少なく、観測された地震動から推定される地震外力では、説明することができなかった。この事実により、建物構造物では弾性状態で地震外力を静的に作用させて計算すると、必要な耐力よりも過剰設計になるのではないかという考え方が生まれた。そこで、終局耐力による設計法という概念が生まれた。「最大耐力には限りがあるが、もしも最大耐力に達した後にも塑性変形する能力があれば、地震動による外力に対しては十分な安全性が確保できるのではないか？」この考え方が正しいとして、では、塑性変形量はどれくらいあれば、許容応力度をどれくらい低下させても、大地震で倒壊しない建物を設計することができるのか？ という新たな疑問が生じる。

この疑問に対して、Housner は地震動が建物構造物に与える外力は、瞬間的な加速度の外力ではなく、地震継続時間中に建物に投入された総入力エネルギー量によるのではないかと推論し、加速度応答スペクトルよりも、速度応答スペクトルに注目した。図5を見ると、減衰率が減少するにつれて速度応答スペクトルの値は増大している。また、減衰率が大きくなると速度応答スペクトルの値は、減少するとともに振動数領域に対して変動量が少なくなり、あたかも平滑化されたような滑らかな曲線となる。さらに、加速度応答スペクトルと異なり、周期が短くなるほど速度応答は小さくなる。

数学的な証明は省略するが、結論として、「無減衰の1質点系の速度応答スペクトルは、地震動加速度記録のフーリエスペクトルとほぼ等しい。もしも、1質点系の応答最大値が地震終了時点で発生するならば、両者は数学的には完全に一致する。」ことが明らかとなった。この事実に基づけば、無減衰の地震応答スペクトルを包含するような領域図を設定すれば、大地震の際の単位重量当たりの建物に入力する総エネルギー量を求めることができる。例えば、図5のエルセントロ記録を基に、総エネルギー入力の最大値を包含する速度応答スペクトルを求めると、図7のように長周期領域で一定、短周期領域で直線的に増加する「地震による構造物への総入力エネルギースペクトル」の標準形が得られる。

もちろん、長周期領域におけるフラットな直線で速度応答スペクトルの最大値を規定しているから、この値は地震動の大きさそのものである。次のように考えると、このスペクトルの意味をよく理解できる。地震動が撃力のように、一瞬にして建物を横殴りしたと考える。初速度  $V$  で建物が振動を開始したとすると、建物への入力エネルギーは  $1/2 * M * V^2$  となる。この値は、建物の減衰率や振動数によらず、一定である。このように振動数領域

でエネルギー入力が一一定の外力を、ホワイトノイズと呼ぶ。地震動は、ホワイトノイズに近い外力である。

Housner は、さらに次のように推論を続けた。もしも、建物が損傷し振動数が増え、非線形振動を始めたとしても、おそらくは固有周期が伸びるだけであろう。しかも、周期が伸びても長周期の振動数領域では総入力エネルギーが一定なのだから、建物の弾性状態の固有周期がわかれば、倒壊するまでに地震によって入力する総エネルギーは、ほぼ推定することができる。

この前提条件を Housner の仮説と呼ぶ。1970 年から 90 年にかけて東京大学の秋山宏を中心とする鋼構造研究チームにより、この仮説は様々な非線形振動解析によって、ほぼ確実に成立すること（地震動によらず、建物形状、建物規模、建物固有周期、損傷集中の存在、ねじれ応答の有無、に影響されない）が膨大な量の数値解析により実証的に証明された。

最後に残された問題は、「総入力エネルギーの速度応答換算値は、設計用スペクトルに対してどの程度の大きさとするべきか？」という問題である。この問いに答えることは、「建築基準法に定められた最低限の地震動は、どの程度が妥当か？」という問いに答えることに等しい。これは、想定している地震動の強度がどの程度かを推定することに、等価である。現在、建築基準法で規定されている振動特性係数  $R_t$ （第 5 回以降の講義で説明する。）は、加速度応答スペクトルに対応するものであるが、対応する速度応答スペクトルの最大値は 200cm/sec に等しい。

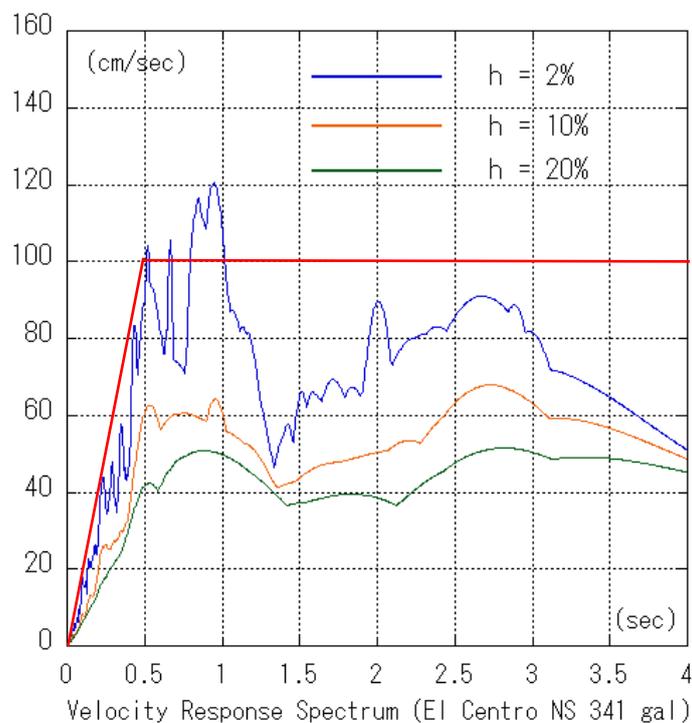


図 7 標準的な総入力エネルギースペクトル（速度応答換算値）