

建築構造力学（5）

第4回 速度応答スペクトルとエネルギー応答スペクトル

4.1 エネルギー応答スペクトル

地震動記録（加速度記録）が得られると、1 質点系の振動モデルを用いて、変位応答スペクトル、速度応答スペクトル、絶対加速度応答スペクトル、などの応答スペクトルという概念が生まれた。しかし、低層建物の地震被害と高振動数領域における絶対加速度応答スペクトルの数値には、説明できないほど大きな開きがあった。そこで、Housner らの研究チームは、無減衰の速度応答スペクトルを包含するエネルギー応答スペクトルの概念を提案した。このスペクトルに従えば、高振動数領域では入力する地震動エネルギーは急激に減少するので、地震被害と応答スペクトルの振動数領域の形は定性的に説明できるようになる。「水平剛性の大きい建物は地震被害が少ない」という被害調査の結果とも一致する。図1に示す1層の建物を1 質点系でモデル化したとき、減衰係数 C も同時に考慮したモデルを式(1)で定義する。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx(t) = -m\ddot{x}_G(t) \quad (1)$$

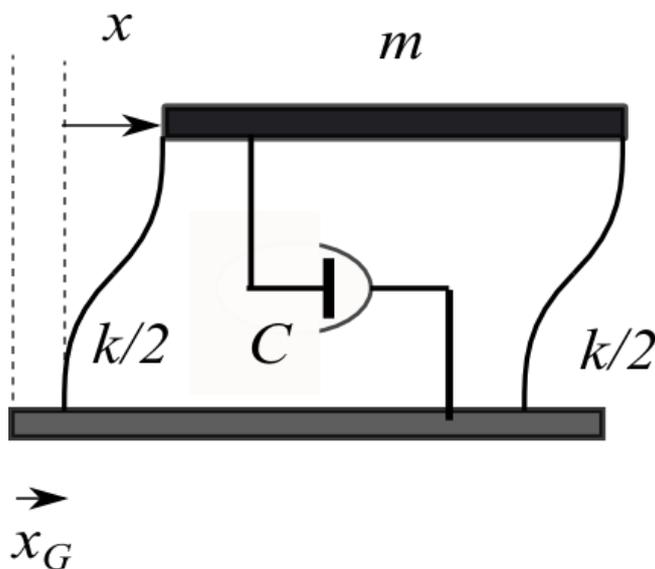


図1 柱梁骨組みと1 質点系の振動モデル

式(1)の両辺に速度 \dot{x} を乗じて、両辺を積分すると式(2)を得る。第 1 項は運動エネルギーを表し、第 2 項は減衰係数による吸収エネルギー、第 3 項は復元力によるひずみエネルギーを表す。右辺は、地震外力による総入力エネルギー量を表している。式(3)において、時間 T が地震発生から長時間経過して運動エネルギーやひずみエネルギーがゼロに収束したときは、式(3)は式(4)となる。この値を総入力エネルギーと定義し、速度エネルギー換算を行うと V_E の定義式を得る。これが、地震動のエネルギー応答スペクトルの速度応答換算値と呼ばれるものである。減衰係数 c がゼロの場合は、速度応答スペクトルと一致する。

$$m \int_0^T \ddot{x} \dot{x} dt + c \int_0^T (\dot{x})^2 dt + k \int_0^T x \dot{x} dt = -m \int_0^T \ddot{x}_G(t) \dot{x} dt \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} m (\dot{x})^2 + c \int_0^T (\dot{x})^2 dt + \frac{1}{2} k (x)^2 = -m \int_0^T \ddot{x}_G(t) \dot{x} dt \quad (3)$$

$$c \int_0^\infty (\dot{x})^2 dt = -m \int_0^\infty \ddot{x}_G(t) \dot{x} dt = \frac{1}{2} m (V_E)^2 \quad (4)$$

エルセントロ地震の速度応答スペクトル (図 2) とエネルギー応答スペクトル (図 3) を比較すると、減衰係数が大きくなっても、エネルギー応答スペクトルの速度応答換算値は小さくならず、むしろ周波数領域において平滑化されるように見える。この事実から、「減衰率は入力エネルギーには殆ど影響を与えない」と結論づけることができる。線形の地震応答解析の結果から、建物が強震動によって塑性変形したと仮定し、見かけの減衰率が上昇したとしても入力する総エネルギー量は影響を受けないのではないかと推測することができる。この推論を確かめるためには、弾塑性状態の柱梁骨組みの力学挙動をモデル化したうえで、大きな地震動記録を入力して非線形の地震応答解析を行う必要がある。しかし、線形の地震応答解析と異なり、非線形の地震応答解析は単純な「たし合わせの原理」が成立しないので、地震動の大きさや建物の固有周期、材料の特性など、様々なパラメータを変化させて検証する必要がある。1960 年から 1980 年代にかけ、秋山宏博士を中心とする研究チームは、Housner の仮説が一般的に成立することを、膨大な量の非線形地震応答解析を行って実証論的に証明した。ここでは、簡単な材料非線形の復元力モデルを仮定して、非弾性応答のエネルギー応答スペクトルを求め、追試を行ってみよう。

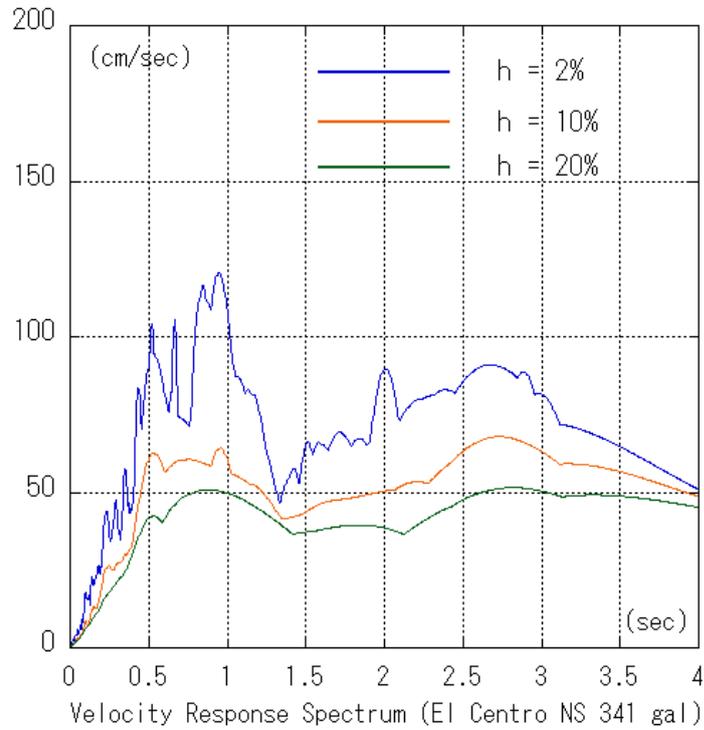


図 2 速度応答スペクトル (エルセントロ NS 341gal 入力)

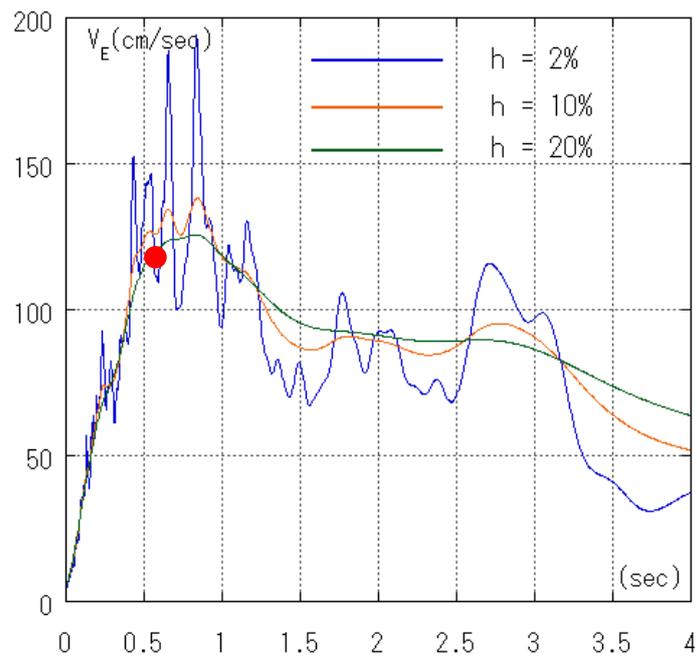


図 3 エネルギー応答スペクトル (エルセントロ NS 341gal 入力)

4.2 建物構造の非弾性応答解析 (終局耐力以降の振動モデル)

地震動加速度が大きく、建物構造物の柱梁部材の応力が全塑性モーメントを超えれば、第2回の講義で説明したように終局耐力以降の塑性変形量が問題となる。そのためには、弾性状態の振動モデルでは解析ができない。そこで、図4に示すような弾性状態と塑性状態に達した以降の第2剛性を定め(実験などで調べる)、地震応答解析モデルを設定する。

次に、建物の弾塑性応答解析を行って総入力エネルギーを計算する。実際の弾塑性応答解析の荷重-変形関係を図5に示す。弾性状態での初期剛性 $K_1 = 120 \text{ tf/cm}$ 、減衰率は2.0%を仮定した。降伏耐力は建物総重量 1000ton の0.25倍、すなわち 250tf (2500KN)と仮定した。降伏耐力に達した後の第2剛性は 24tf/cm 第1剛性の1/5と仮定した。

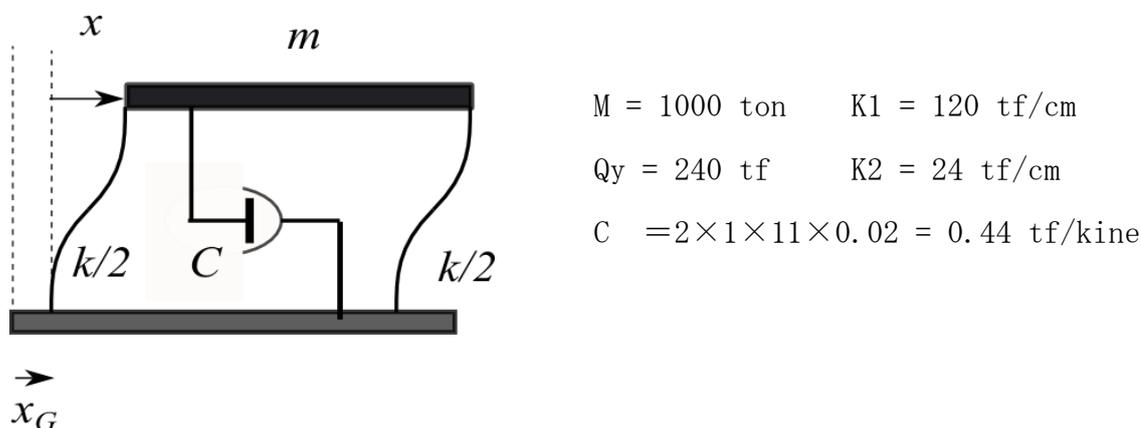


図 4 弾塑性骨組みの力学モデル

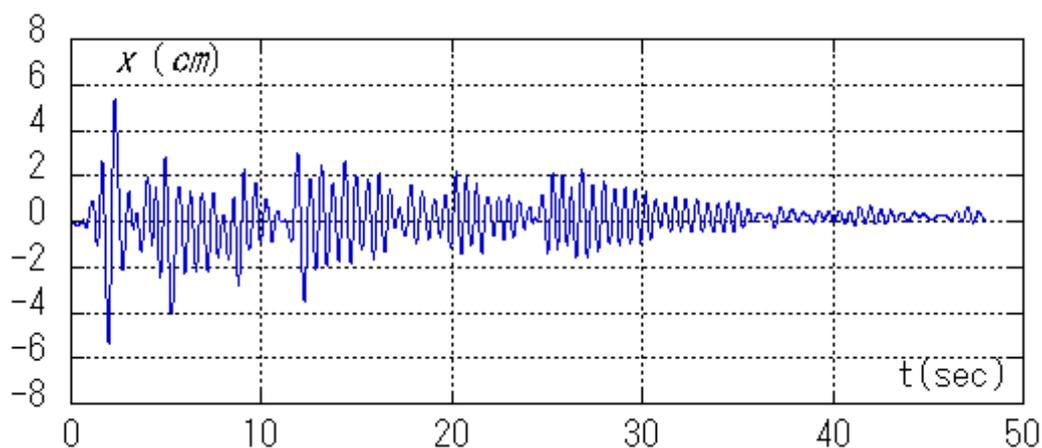


図 5 変位応答の時刻歴波形

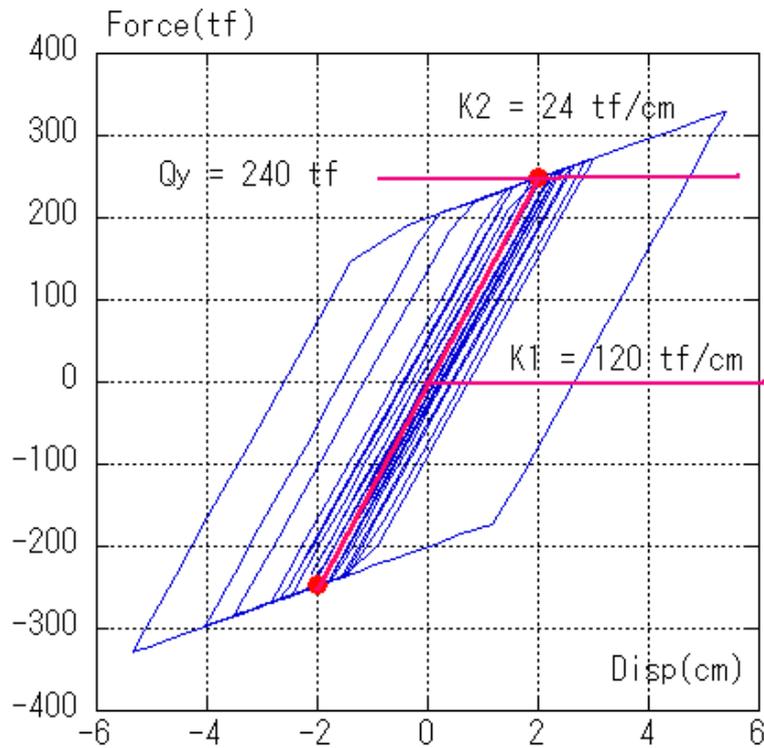


図 6 終局耐力以降の柱梁骨組みの荷重—変形曲線モデル
 バイリニア—モデル、初期剛性 $K_1 = 120 \text{ tf/cm}$ 、第 2 剛性 24 tf/cm
 質量 $m = 1000 \text{ ton}$ 、降伏耐力 $Q_y = 240 \text{ tf}$ (2500KN)

このとき、図 4 に示す 1 質点系に入力する振動エネルギーの時刻歴は、式 (5) となる。計算結果を図 7 に示す。入力地震動は時間の経過とともに増大し、地震終了時時点における積分の値が最大値となる。この値を図 3 のエネルギー応答スペクトルに赤点でプロットした。

$$E(t) = -m \int_0^t \ddot{x}_G(t) \dot{x} dt = \frac{1}{2} m V_E^2(t) \quad (5)$$

結果を先に書けば、建物の終局耐力の大小は、建物へ入力する総入力エネルギーには大した影響を与えなかったのである。この事実の発見は、多くの研究者を驚かせるものであった。「降伏耐力の大きさは、地震被害の程度（損傷エネルギーという指標を用いると）に影響を与えない。」という事実は、設計用地震動の大きさは、どのように評価し設定すべきかという、最も基本的な疑問に答えられないばかりか、物理的な現象の正確な理解を難しくしていったのである。

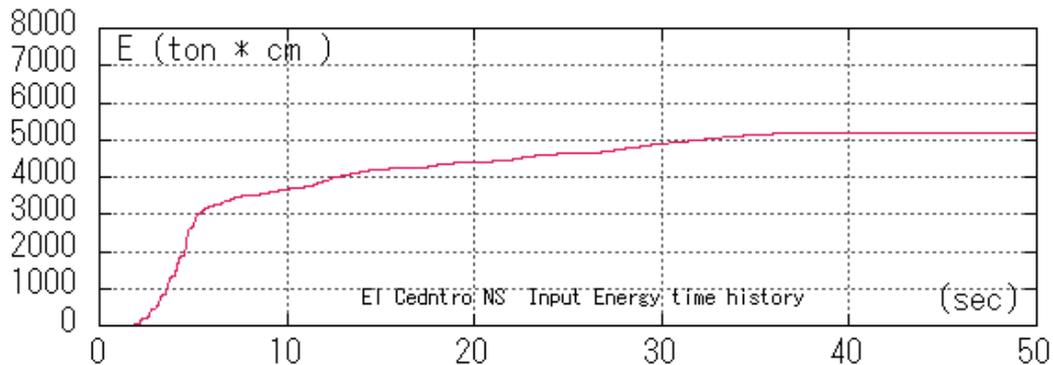


図 7 地震入力エネルギーの時刻歴応答解析結果

元に戻り、図 7 に示す入力エネルギー応答の値を求めると、ほぼ $5000 \text{tf} \cdot \text{cm}$ であることが分かる。重量は 1000 トンであるから、位置エネルギー換算すると約 5cm の上昇である。運動エネルギー換算すれば、 $\sqrt{2 \times 9.8 \times 0.05} = 1.0 \text{ m/sec}$ よって、速度換算値 V_E は 100 cm/sec である。この振動系の初期剛性は 120tf/cm であるから $\omega = 11.0 \text{ r/sec}$ である。従って、初期固有周期 $T = 0.55 \text{ sec}$ となる。図 3 のエネルギー応答スペクトルでは、周期 0.55sec 辺りの V_E は 110 cm/sec であり、ほぼ等しい（赤点の位置）。

同様の非線形応答計算を様々なパラメータに対して行い、その結果を図 3 に示す線形の 1 質点エネルギースペクトルの速度応答換算値と比較検討すると、両者はほぼ同じ値を示す。この事実は、エネルギー法による耐震計算法の根拠を与えることになった。

4.3 設計用エネルギー応答スペクトル

地震動を確定すれば、建物の非線形応答の状況や崩壊機構の如何を問わず、入力エネルギーは減衰率 10% の 1 質点系振動モデルで計算したときのエネルギー応答スペクトルにほぼ等しい。また、その値を速度応答換算した値 V_E は、無減衰の速度応答スペクトルで包含される。図 8 は、エルセントロ NS 地震記録を基にした入力エネルギー応答スペクトルの速度応答換算値である（赤線で示した）。

一方、第 3 回の講義では加速度応答スペクトル $A(T)$ と速度応答スペクトル $V(T)$ 、変位応答スペクトル $D(T)$ の 3 種類のスペクトルがあると説明した。入力地震動記録を様々な場合について、この 3 種類のスペクトルを計算すと、ほぼ、次の関係があることが分かっている。ここで、 T は固有周期であり、 ω は角振動数である。

$$A(T) = \omega V(T) = \omega^2 D(T) \quad (6)$$

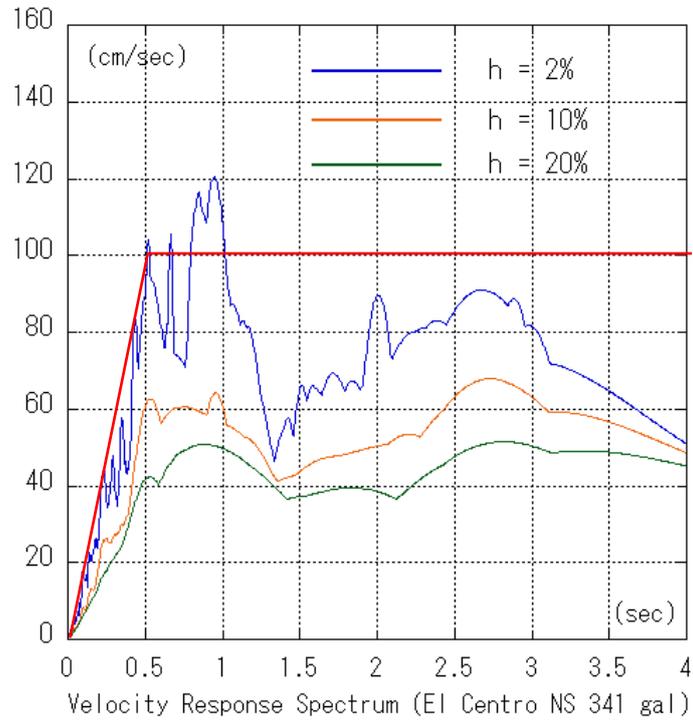


図 8 標準的な総入力エネルギースペクトル (速度応答換算値)

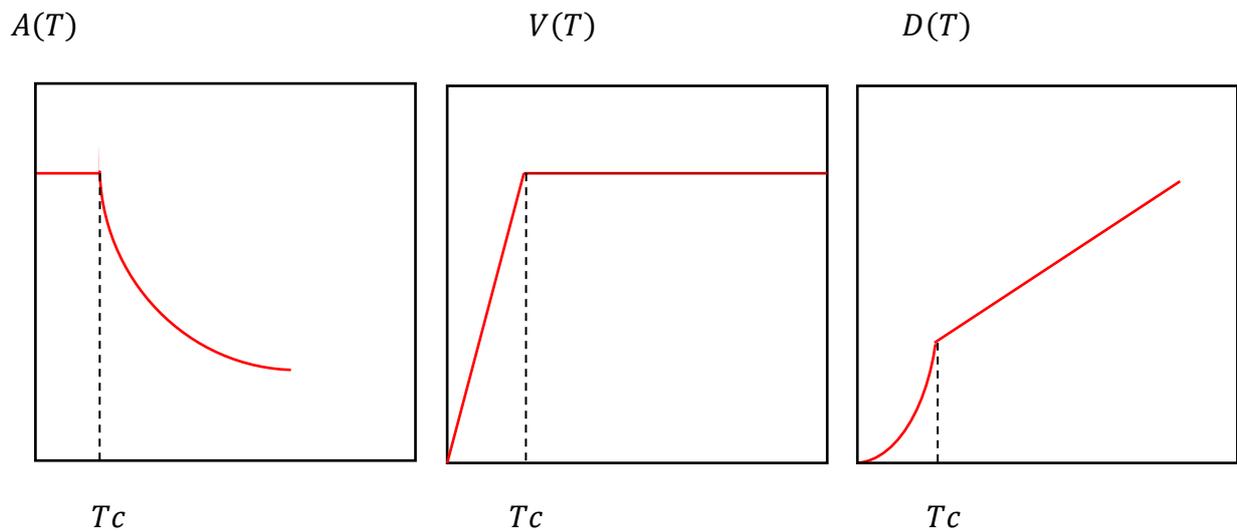


図 9 加速度、速度、変位、応答スペクトルの関係

式(6)の関係を模式的に示せば、図9の応答スペクトルの概略を示すことができる。もしも、「速度応答スペクトルが短周期領域では周期に比例して増加し、1秒前後で最大値を記録し、長周期領域では一定値となる。」という定性的な現象が、将来発生する地震でも繰り返されると仮定した上で、無減衰速度応答スペクトルの最大値を決めれば、設計用地震動を決めたことと等価になる。

特に、無減衰の速度応答スペクトル（地震加速度のフーリエスペクトルに等価）が、入力する総エネルギースペクトルの速度応答換算値であると読み替えれば、地震学の進歩をそのまま耐震工学に取り入れることが可能となる。保有耐力設計法の D_s 値をエネルギー応答スペクトルと関連付ける試みには、このような哲学的な意味が含まれていたのである。

以上の考察をすれば、設計用地震動を決める係数 R_t （振動特性係数）は、加速度応答スペクトルに対応していることが分かる。しかも、その背景には「エネルギー応答スペクトルが構造体の非線形弾塑性応答によらず一定である」という事実に基づいていることに気づくのである。