

## 建築構造力学（5）

### 第5回 D<sub>s</sub> 値の考え方とエネルギー応答スペクトル

#### 5.1 保有耐力設計法における D<sub>s</sub> 値の意味

1981年に施行された「保有耐力設計法」のうち、ルート1とルート2の計算方法は、許容応力度設計法の延長である。ルート3の計算方法が、保有耐力設計法の名前にも表れている本来の計算方法である。特に、構造特性係数は、通称 D<sub>s</sub> 値と呼ばれ、「弾性状態（許容応力度設計法）で設計された建築構造物が、極大地震（想定できる最も大きな地震）の際に、倒壊しないという条件を満足する範囲で塑性変形を許容したとき、どこまで終局耐力を下げてても良いか？」を示す数値として理解されている。

上記の記述の根拠となるのが、1981年当時は関東大地震の地震動は300ガル程度であり、その値はEl Centro (NS)地震記録程度である。この程度の地震動を想定すると、減衰性能の無い建物構造では、加速度応答スペクトルから考えて、最大の外力は1.0G程度を想定すればよい。しかし、地震被害の程度を考えれば、塑性変形量をどの程度まで、許容すべきかによって、1Gの地震力を想定しなくてもよいのではないかと。例えば、ガラスのように塑性変形をほとんど許すことのできない構造物の場合は、設計用ベースシア係数は1.0とする（1Gの加速度を仮定したことになる）。ブレースや耐震壁などのように、終局耐力が比較的大きく、変形能力の小さい構造部材が耐震要素である場合には、0.5G程度で設計すべきであろう。もしも、十分な塑性変形能力があり、入力してくる総入力地震動エネルギーに対して、十分対応できるのであれば0.3G程度まで設計用地震力を低減してもよいのではないかと。このような、素朴な考え方が基本であったと思うが、この低減係数を D<sub>s</sub> 値と呼ぶ。これまでの議論は、相対的な比較の話であった。保有耐力設計法が施行される以前の許容応力度設計法の時代には、ベースシア係数が0.2であったから、D<sub>s</sub> 値をこれ以下に下げることができなかったのである。

このように、D<sub>s</sub> 値が導入された当時は、それまでの許容応力度設計法との連続性が求められていたので、地震外力の最大値についても、それ以前の法体系と連続的に決められたと考えられる。つまり、D<sub>s</sub> 値は相対的に決定されたもので、絶対量から決まったものではない。もしも、将来起きる可能性の高い地震動に比較して、現行の D<sub>s</sub> 値が相当程度小さいことが分かったならば、ベースシア係数を含む耐震規定の数字は見直す必要がある。この講義では、D<sub>s</sub> 値は実は、相対的に決める数値ではなく、絶対値が地震動の大きさと密接に関係していることを示すことが目的である。

## 5.2 エネルギー応答スペクトルと速度応答スペクトル

第4回の講義で述べたように、エネルギー応答スペクトルは、終局耐力に達した後の弾塑性応答を示す建物構造物でも、弾性状態で10%程度の減衰率を有する1質点系のエネルギー応答スペクトルとほぼ一致することが分かっている(図1参照)。第4回の講義では、1質点のバイリニアモデルによるエルセントロ地震に対する入力エネルギーしか計算していないが、損傷集中する建物、超高層建物、ねじれ応答する建物、低層の建物、降伏耐力の大小、など様々なパラメータを変化させてもエネルギー応答は影響を受けないことが多数の数値解析によって調べられている。

この事実を基に、設計用地震外力のエネルギースペクトルが決まったと仮定する。そのエネルギースペクトルを有する地震が発生したときにも、建物が崩壊しないためには弾塑性状態の塑性変形エネルギーの量が部材レベルで確保されていなければならない。そこで、運動方程式から、次に弾性応答時のエネルギーのつり合い方程式が得られる。

$$\frac{1}{2}m(\dot{x})^2 + c \int_0^T (\dot{x})^2 dt + \frac{1}{2}k(x)^2 = -m \int_0^T \ddot{x}_G(t)\dot{x}dt \quad (3)$$

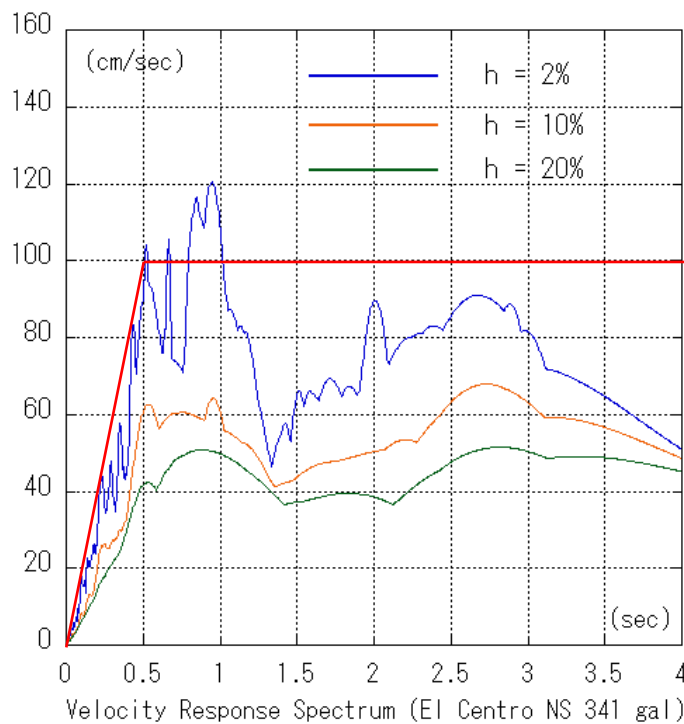


図1 最大級の大地震による1質点系の振動系へのエネルギー応答スペクトル (速度応答換算値 VE)

式(3)から、弾塑性状態のエネルギー応答のつり合い式(4)が得られる。

$$W_e + W_p = -m \int_0^{\infty} \ddot{x}_G(t) \dot{x} dt = \frac{1}{2} m (V_E)^2 \quad (4)$$

ここで、 $W_e$ は弾性振動エネルギーで式(3)の第1項(運動エネルギー)と第3項(ひずみエネルギー)の和である。 $W_p$ は、建物の弾塑性応答エネルギーで、損傷エネルギーの総和である。もしも、履歴ループが図2に示す簡便なモデルで表されているならば、塑性変形の累積量 $\delta p$ と降伏耐力 $Q_y$ が分かれば、 $W_p$ と式(5)の関係がある。また、降伏変形 $\delta y$ と水平剛性 $K$ との関係は式(6)に併記した通りである。

$$W_p = Q_y (\delta_{p1} + \delta_{p2} + \delta_{p3} + \delta_{p4} + \dots) = Q_y \eta \delta_y \quad (5)$$

$$W_e = \frac{1}{2} Q_y \delta_y \quad ; \quad Q_y = K \delta_y \quad (6)$$

従って、式(5), (6)を式(4)に代入すると式(7)を得る。

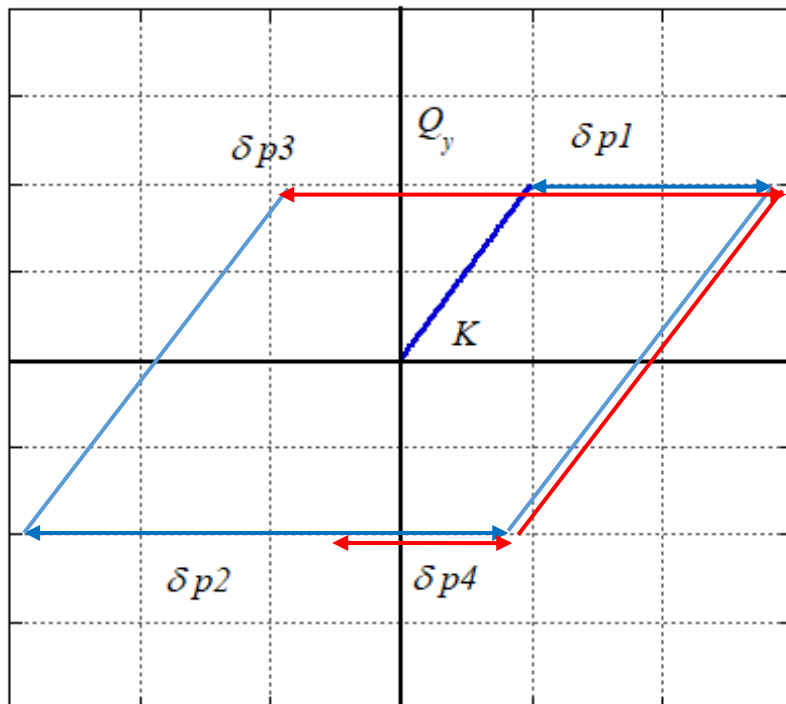


図 2 弾塑性の荷重-変形関係

$$\frac{1}{2} Q_y \delta_y + Q_y \eta \delta_y = \frac{1}{2} m (V_E)^2 \quad (7)$$

ここで1次固有周期について考えると、次の関係がある。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \Leftrightarrow K = \frac{4\pi^2}{T^2} M \quad (8)$$

式(8)を式(7)に代入すると、式(9)を得る。式(9)から、降伏荷重を求めると、式(10)を得る。

$$\left(\frac{1}{2} + \eta\right) Q_y^2 \frac{1}{K} = \left(\frac{1}{2} + \eta\right) Q_y^2 \frac{T^2}{4\pi^2 M} = \frac{1}{2} m (V_E)^2 \quad (9)$$

$$Q_y = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} \frac{2\pi M}{T} V_E \quad (10)$$

保有耐力設計の2次設計における必要保有水平耐力の自重に対する加速度で表現し他時（加速度応答スペクトルの最大値に等しい）を1Gとすれば、保有水平耐力は降伏せん断力係数を  $D_s$  としたとき、次式に等しい。

$$Q_y = D_s M G = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} \frac{2\pi}{T G} V_E \Leftrightarrow D_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} \quad (11)$$

以上が、「総入力エネルギー一定」を前提条件とした場合の、建築基準法で定められた構造特性係数  $D_s$  の物理的な解釈である。しかし、この解釈にしたがうと「大きい累積塑性変形倍率を有する」柱やブレースなどの構造部材が配置された構造物の場合、例えば  $\eta$  が12を超えるような場合、構造特性係数は0.2を下回ることになる。1次設計用の地震荷重が0.2であり、2次設計用の極限地震時の設計用せん断力が0.2より小さいということは、どう解釈すべきかという論争がかつて存在した。つまり、許容応力度設計法時代の考え方を踏襲することで、保有耐力設計法を施行したため、両設計法を矛盾なく継ぎ合わせるために、考えている最大級の地震動の大きさを絶対応答加速度レベルで1Gに設定する必要があったのである。

### 5.3 地震応答スペクトルのもう一つの解釈

応答スペクトルの概念がカリフォルニア工科大学の研究チームによって提唱されたころ、計算機の能力が飛躍的に向上し始めていた。当初は、アナログコンピュータによる解析が主として行われていたが、1960年代に入ると、デジタルコンピュータに計算機が置き換わった。直ちに、数値積分法の研究が進み、非線形の地震応答解析が日常的に行われるようになった。東京大学の武藤清、梅村魁を中心とする研究グループは、1質点系の非線形地震応答解析を、特に固有周期1秒以下の短周期領域で重点的に調べることにより、「最大耐力がある程度低下しても、応答変形（塑性変形である）の最大値は、ほぼ一定である。」という結論に達した。これを最大応答変位一定の仮説と呼ぶ。この現象を前提条件として採用すると、構造特性係数の物理的な理解として、塑性率という別の指標を用いる説明が可能となる。図3の場合は、塑性率は2となる。

$$\mu = \frac{\delta_{max}}{\delta_y} \quad (12)$$

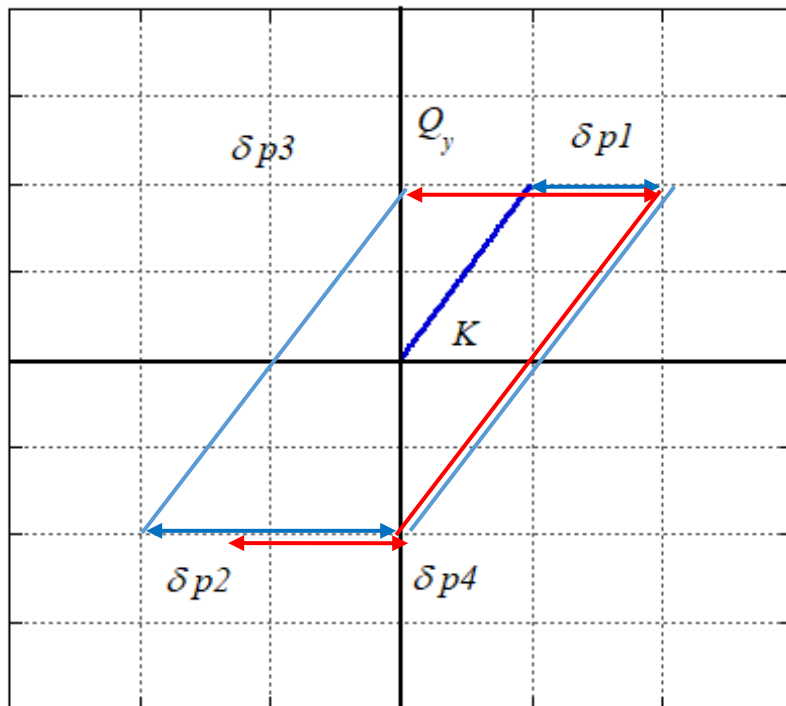


図 3 弾塑性の荷重－変形関係

「塑性率の考え方によって、弾性状態からどれぐらい降伏層せん断力を低下させることができるか」を説明する場合、図 4 に示すエネルギー等価の図式が用いられる。この図式は、分かりやすいが、物理的な因果関係を説明しているわけではなく、現象として「非線形時刻歴応答を行うと、塑性率と層せん断力係数の関係は、ほぼこれぐらいの値で推定できる。」という結果を説明する現象論から導かれた式と理解したほうが良い。図 4 を参照して、式(13)と式(14)の関係がある。このとき、降伏耐力  $Q_y$  と弾性状態での応答反力  $Q$  との比率を応答低減係数  $\alpha$  とし、この値を塑性率で表すことを目標とする。

$$\delta_{max} = \mu \delta_y \quad (13)$$

$$\delta_y = \alpha \delta \quad (14)$$

三角形のエネルギーと塑性化した後の面積が等価であると仮定すると次式を得る。

$$\frac{1}{2} Q \delta = \alpha Q \delta_{max} - \frac{1}{2} \alpha Q \delta_y \quad (15)$$

式(13), (14)を式(15)に代入して  $\alpha$  を求めると、式(16)を得る。

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} \quad (16)$$

$\alpha$  は弾塑性応答したときの反力と弾性応答したときの反力の比率であるから、加速度応答スペクトルとの比率と考えることができる。従って、相対的な値である。これを、構造特性係数  $D_S$  と読み替えることができる。建築基準法に定められている極限地震の応答加速度が 1G であれば、式(16)を  $D_S$  に読み替えることができる。累積塑性変形倍率の導出では物理的な総入力エネルギーに基づいて導かれているのに対し、式(16)は相対的な比率として求められたものである。もしも、最低限の地震動レベルが変更しなければならぬ事態が起き、法律の改正が行われたとすると、塑性率によって定義された構造特性係数には変更は無いかもしれないが、累積塑性変形倍率で定義された構造特性係数は、変更せざるを得ないことになる。

設計用の入力地震動の大きさが 2 倍になったと仮定すると、応答変位や応答加速度は 2 倍となるが、エネルギー応答は 4 倍になるからである。ではどうして、エネルギー応答スペクトルに基づく定義と塑性率に基づく定義が矛盾せずに両立したのかと言えば、建築基準法で想定した設計用地震荷重（加速度応答スペクトルの最大値）が 1G であったからに他ならない。これは、ほとんど偶然の一致であった。

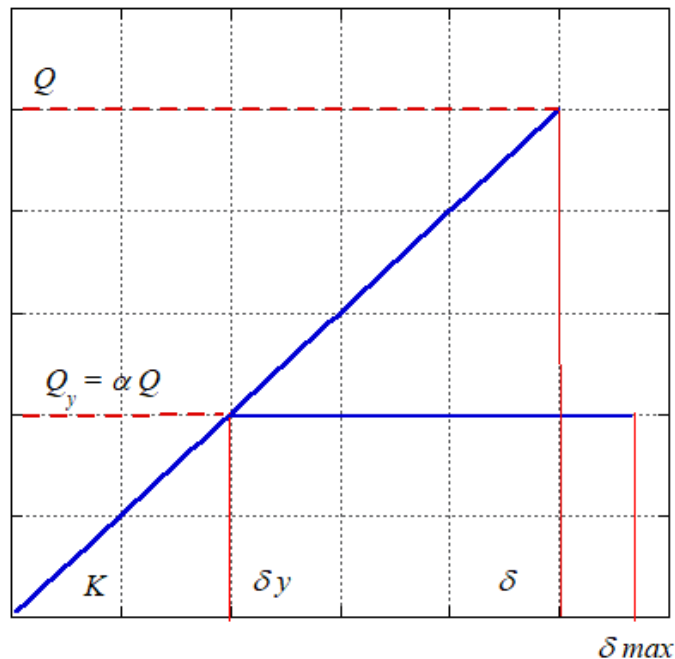


図 4 塑性率の定義と応答変位の最大値の関係

当時は、我が国においては、超高層建物が初めて建設され、動的な設計法が実務設計の分野にも応用され始めた頃である。低層の建物や中層の建物構造は、許容応力度設計法によって設計されており、超高層ビルの実用化で明らかとなった学問的な知見を、建築基準法に導入し、我が国の耐震設計法の本質的な向上を目的としたプロジェクトが始まった。これが、昭和56年に施行された「新耐震設計法」、現在の保有耐力設計法である。この保有耐力設計法のなかで、構造特性係数  $D_s$  値という数値が導入されている。法律の改正が行われた当初、この  $D_s$  値の解釈をめぐって「総入力エネルギー一定の仮説」と「最大変位応答一定の仮説」の2つの異なる解釈があった。保有耐力設計法（新耐震設計法）が施行された当初、どちらの考え方に従った方が良いかという議論と論争が繰り返し行われたが、結局結論は出なかった。その理由は、既に述べた物理的な解釈と法律の解釈の違いである。現象論的な物理現象モデルと因果律に基づく物理モデルの違いがあったが、当時は極限的な地震のレベルに対して、両者とも一致した考え方があった。加速度の最大応答は、極限地震のときには1Gが採用されたのである。このため、「エネルギー法」と「限界耐力計算法」という2つの設計法が、その後、建築基準法の定める別の計算方法として登場することになる。なぜか？ 観測される地震動が増大していったからである。

$$Q_y = D_s M G = \frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} \frac{2\pi}{T G} V_E \quad \Leftrightarrow \quad D_s = \frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} \quad (17)$$