

## 建築構造力学（6）

### 第7回 保有耐力と必要保有耐力（エネルギー法的解釈）

#### 7.1 必要保有耐力と $D_s$ の関係

保有耐力設計法における保有耐力と必要保有耐力の関係は、総入力エネルギーと塑性変形による損傷エネルギーの大小関係によって置き換えることができる。具体的な計算を、鉄骨構造を対象として行うことにより、保有耐力の考え方を解説する。

まず、1層、1スパンの柱梁骨組みにブレースが配置されている構造を図1に示す。

圧縮側のブレースは早期に座屈してしまうと仮定し、引張側のブレースのみで水平力を負担すると仮定する。逆符号の水平力が作用するときは、反対側のブレースが水平力を全て負担すると仮定する。また、鋼材のヤング率  $E=200\text{KN/mm}^2$  とし、ブレースの断面積  $A=15\text{cm}^2$  とする。さらに、鋼材の降伏応力  $\sigma_y=240\text{N/mm}^2$  とする。

このとき、次の問題に答えよ。

- Q1.  $P=100\text{KN}$  のとき、ブレースに作用する引張力  $F$  は幾つか？
- Q2. このときのブレースの伸び  $\delta$  は、幾つか？
- Q3. このとき水平方向の変位  $d$  は幾つか？
- Q4. 弾性状態での水平剛性は幾つか？
- Q5. 1層の床荷重は  $W=98\text{ton}$ （質量）である。弾性状態での固有周期  $T$  は幾つか？
- Q6. 1層の復元力特性は、図2に示すようなスリップ型である。このとき、保有水平耐力  $P_u$  は幾つか？ ただし、ブレースの降伏応力度  $\sigma_y=240\text{N/mm}^2$  とする。  
ブレースの場合、降伏耐力が終局耐力を決めると仮定する。
- Q7. 降伏せん断力係数  $\alpha$  は幾つか？
- Q8. 設計用エネルギースペクトルの速度換算値  $VE$  から予想される必要な累積塑性変形倍率  $\eta$  は幾つか？
- Q9. 最大変形の予想値は幾つか？
- Q10.  $D_s$  値が累積塑性変形倍率で求められると仮定して、必要保有水平耐力は幾つか？

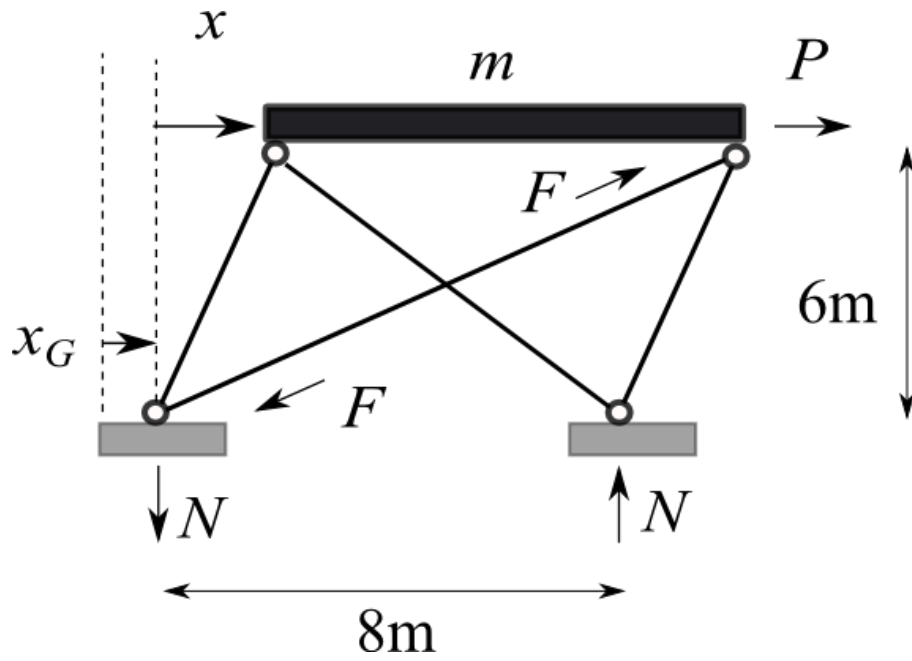


図 1 筋交い付きフレーム

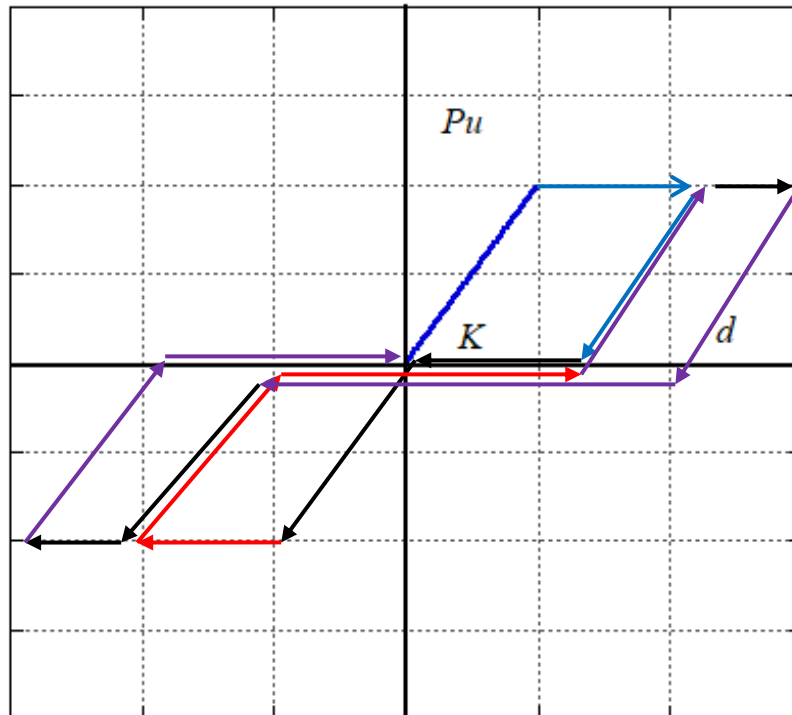


図 2 スリップ型復元力特性曲線

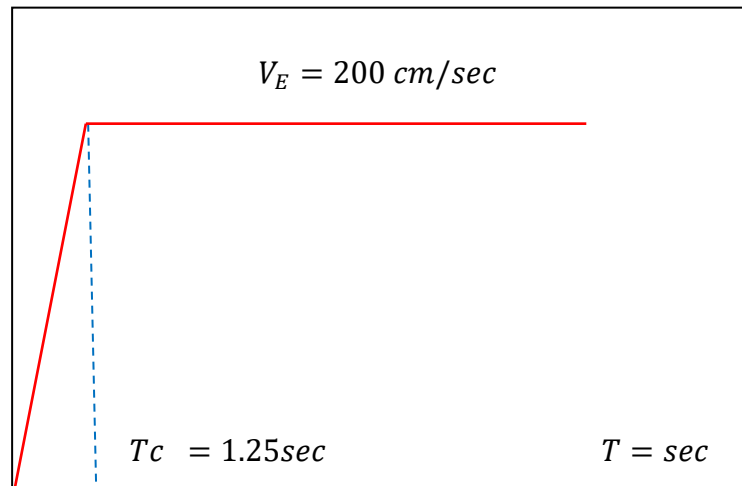


図 3 設計用エネルギー応答スペクトル VE スペクトル

A. 1 P=10ton (100KN) のとき、ブレースに作用する引張力 F は、下式で与えられる。

$$P = F \cos\theta \Leftrightarrow F = 12.5 \text{ tf (125KN)} \quad (1)$$

A. 2 このときのブレースの伸び  $\delta$  は、下式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{AE}{L} \delta : L = 10m, \quad A = 15 \text{ cm}^2 \quad E = 200\text{KN/mm}^2 \quad (2) \\
 \therefore \delta &= 0.417 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

A. 3 このとき水平方向の変位 d は下式で与えられる。

$$\delta = d \cos\theta \quad \therefore d = 0.521 \text{ cm} \quad (3)$$

A. 4 弾性状態での水平剛性は下式で与えられる。

$$P = K_H d \quad \therefore K_H = 19.2 \text{ KN/mm} \quad (4)$$

A. 5 1層の床荷重は W=98ton である。この時弾性状態での固有周期 T は、下式で与えられる。

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_H}} = 0.445 \text{sec} \quad (5)$$

A.6 ブレースが降伏耐力  $F_y$  に達する水平力を終局耐力  $P_u$  と定義すれば、両者は次の関係がある。

$$P_u = F_y \cos\theta \quad \text{ここで} \quad F_y = A\sigma_y = 360 \text{KN} \quad (6)$$

従って、

$$P_u = 288 \text{KN} \quad (7)$$

A.7 降伏層せん断力係数  $\alpha$  は、次式で与えられる。

$$Q_y = P_u = \alpha M G \quad \therefore \quad \alpha = 0.300 \quad (8)$$

A.8 設計用エネルギースペクトル  $V_E$  は、図3から次のように推定される。

$$V_D = \frac{0.445}{1.25} V_E = 71.2 \text{cm/sec} \quad \therefore \quad E = \frac{1}{2} m V_D^2 = 26.0 \text{KNm} \quad (9)$$

従って、累積塑性変形  $\delta_p$  は次式となる。

$$P_u \delta_p = 26.0 \text{KNm} \quad \therefore \quad \delta_p = 9.03 \text{cm} \quad (10)$$

降伏水平変形  $d_y$  は、次式となる。

$$P_u = K_H d_y \quad \therefore \quad d_y = 1.5 \text{cm} \quad (11)$$

よって、設計用エネルギースペクトルの速度応答換算値が図3で規定された場合（建築基準法で定められた第3種地盤相当）には、必要な累積塑性変形倍率は次式となる。

$$\eta = \frac{\delta_p}{d_y} = 6.02 \quad (12)$$

A.9 最大応答変位  $d_{max}$  は、変位がプラス側とマイナス側で等しいと仮定すれば、累積塑性変形の半分となる。

$$d_{max} = \left(\frac{1}{2} \eta + 1\right) d_y = 6.0 \text{cm} \quad (13)$$

A.10 式(12)に相当する  $D_s$  値は式(14)となる。よって、必要保有水平耐力  $Q_u$  は式(15)で与えられる。

$$D_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} = 0.277 \quad (14)$$

$$Q_u = MGD_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} = 266KN \quad (15)$$

## 7.2 保有水平耐力と $D_s$ 値の関係

前節では、降伏せん断力係数  $\alpha$  と必要保有水平耐力から算定した  $D_s$  値は一致している。これは、必要保有水平耐力から算定した累積塑性変形倍率をブレースが満足すると仮定しているからです。もしも、ブレース部材の累積塑性変形倍率の許容できる値が、式(12)で求められた 5.55 よりも大きい値であれば、必要保有水平耐力を算定する  $D_s$  値はもっと小さな値となる。逆に言えば、「1次設計用の降伏せん断力係数  $\alpha$  を 0.3 に設定しておけば、保有水平耐力は必要保有水平耐力（エネルギー応答を基準とした）以上であることが保証されている。」ことを意味しています。

材料の引張特性試験の代表的な実験結果を図4に示す。この図からは、材料が硬化勾配に入る前の降伏ひずみ  $\epsilon_{st}$  は降伏ひずみ  $\epsilon_y$  の約 10 倍であることが分かる。しかも、この場合ブレース部材は 2 本あるので、等価な累積塑性変形倍率の許容値は 20 倍と想定してよい。鋼材の塑性吸収エネルギーで安全に利用できると考えられるのは、ここまでの値であると想定すれば、ブレース部材が持っている累積塑性変形倍率から想定した必要保有水平耐力換算の  $D_s$  値は式(16)となる。

$$D_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} = 0.156 \quad (16)$$

建築基準法では、ブレースを用いた鉄骨構造の場合の設計用せん断力係数  $\alpha$  は 0.3 以上とし、ルート 3 ではなくルート 2 で設計することとなっている。この規定は、7.1 節で計算したように、通常の鉄骨構造で引張ブレースを設計した場合の必要保有水平耐力  $D_s$  値は、十分な安全率を見て設計用エネルギー応答スペクトルの最大値を 200cm/sec とした場合の  $D_s$  値を十分に満足しているからなのである。

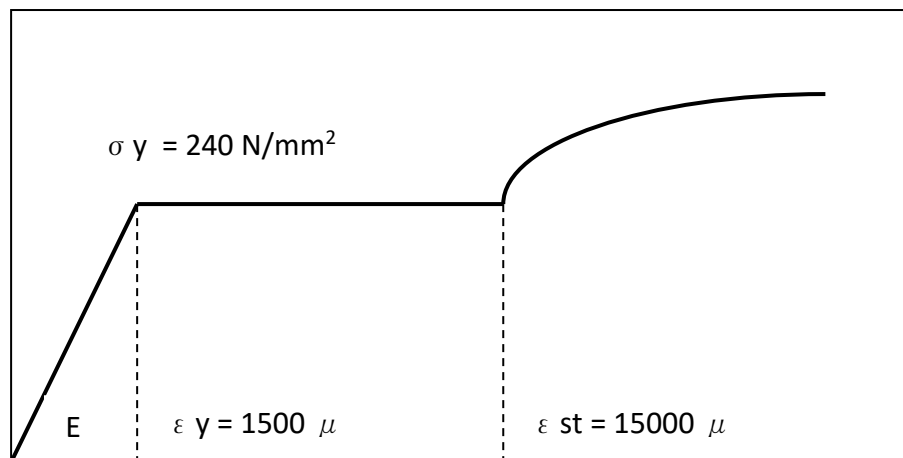


図 4 鋼材の応力ひずみ曲線

このことは、建築基準法で定めるレベル2（保有耐力検定時の大地震のレベル）のエネルギー応答スペクトルの速度応答換算値を  $200\text{cm/sec}$  とし、引張ブレースなどの耐力指向の設計を行った場合の  $D_s$  値を  $0.3$  と定めたとき、両者が矛盾しないように  $T_c$  の周期を定めたとも言えます。その条件下で、予想される累積塑性変形倍率を推定すると、材料特性から考えてエネルギー的には安全率が  $4$  倍近くある。これは、加速度レベルで考えれば  $2$  倍（ $2G$ ）の加速度応答でも、倒壊しないことを意味しているのである。あるいは、同じ強度の地震動であれば、 $4$  倍の継続時間が続いても倒壊しないことを想定しているのである。もう少し、大胆な言い方をすると、直下型地震動に対しては入力地震動の加速度レベルが  $500\text{gal}$  程度まで、長周期地震動に対しては継続時間が  $2$  分程度までは、現行の建築基準法で設計しても、余裕度がある。（建物が倒壊しないという意味で、人命が失われないという意味であり、建物が無傷というわけでは無い。）

### 7.3 ラーメン構造の場合について

柱脚がピンである1層1スパンのラーメン骨組みがある。そのとき、諸定数は、下記の通り与えられている。

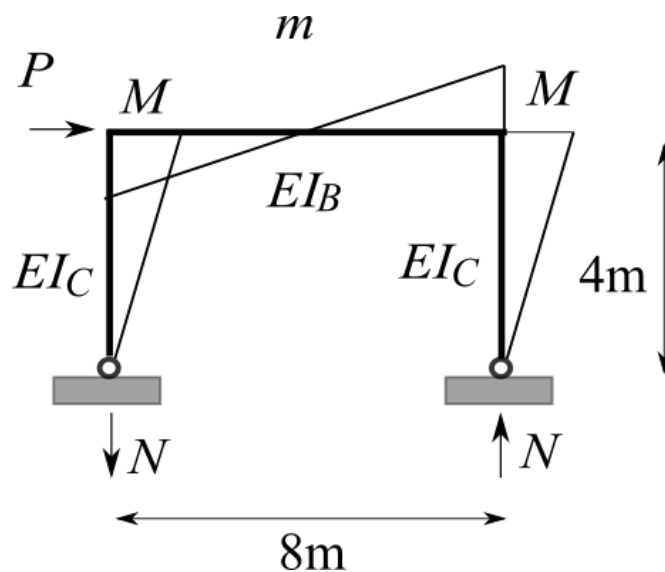


図 5 1層1スパンの骨組み構造

$P$  : 水平荷重

$h$  : 階高 (4.0 M)

$L$  : スパン (8.0 M)

$E$  : ヤング率 (200 KN/mm<sup>2</sup>)

$I_C$  : 柱の断面2次モーメント (60000 cm<sup>4</sup>)

$I_B$  : 梁の断面2次モーメント (120000 cm<sup>4</sup>)

$Z_{PC}$  : 柱の塑性断面係数 (3100 cm<sup>3</sup>)

$Z_{PB}$  : 梁の塑性断面係数 (4200 cm<sup>3</sup>)

$M$  : 2階床荷重 98ton

$G$  : 重力加速度 980cm/sec<sup>2</sup>

- Q.1 水平荷重  $P$  のとき、2階の水平変位  $\delta$  を仮想仕事法にて求めよ。水平剛性は、幾つか？
- Q.2 固有周期  $T$  は幾つか？
- Q.3 柱と梁の全塑性モーメントは幾つか？ ただし、鋼材の降伏応力度  $\sigma_y$  を  $240\text{N/mm}^2$  とする。
- Q.4 柱上部に塑性ヒンジが発生するとして、終局耐力  $P_u$  を求めよ。
- Q.5 設計用エネルギースペクトルの速度換算値を図3で与えられるとする。この建屋の設計用速度換算値  $V$  の値は幾らか？
- Q.6 終局耐力設計用（レベル2）の総入力エネルギー量は、幾らか？
- Q.7 この建屋の復元力特性を完全弾塑性型履歴特性と想定し、図6で想定する。このとき弾性限界変位  $\delta_y$  は幾らか？
- Q.8 必要な累積塑性変形量  $\delta_p$  は幾つか？
- Q.9 必要な累積塑性変形倍率  $\eta$  は幾つか？
- Q.10  $D_s$  値が、次式で与えられるとして、必要保有水平耐力  $Q_{un}$  は幾らか？
- Q.11 保有水平耐力  $Q_u$  が必要保有水平耐力  $Q_{un}$  を上回っていることを確かめよ。



A.1 結果のみ記載すると、 $P = 1.0 \text{ tf}$  のとき、水平変位  $\delta$  は次式で与えられる。

$$\delta = \left( \frac{32}{3EI_C} + \frac{32}{3EI_B} \right) \times 10^6 \text{ cm} = 0.127 \text{ cm} \quad (17)$$

よって、水平剛性  $K_H$  は次式で与えられる。

$$P = K_H \delta \quad K_H = 7.87 \text{ tf/cm} = 7.87 \text{ KN/mm} \quad (18)$$

A.2 固有周期  $T$  は、次式で与えられる。

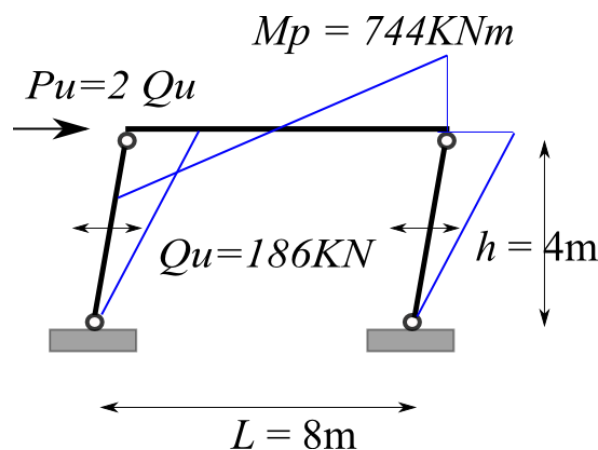
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_H}} = 0.71 \text{ sec} \quad (19)$$

A.3 柱と梁の全塑性モーメント  $M_p$  は次式で与えられる。

$$M_{p_C} = Z_{p_C} \sigma_y = 3100 \times 240 \times 10^3 = 744 \times 10^6 \text{ N mm} = 744 \text{ KNm} \quad (20)$$

$$M_{p_B} = Z_{p_B} \sigma_y = 4200 \times 240 \times 10^3 = 1008 \times 10^6 \text{ N mm} = 1008 \text{ KNm} \quad (21)$$

A.4 柱の全塑性モーメントと梁の全塑性モーメントと比較すると、柱頭部に塑性ヒンジが発生する。よって、崩壊機構は下図となる。結果として、終局耐力（保有水平耐力） $P_u$  は、式 (22) で与えられる。



$$Q_u = \frac{744}{4.0} \text{ KNm} = 186 \text{ KN} \quad P_u = 372 \text{ KN} \quad (22)$$

A.5 設計用エネルギースペクトルは図3で与えられる。よって、総入力エネルギーの速度換算値  $V_D$  は次式で与えられる。

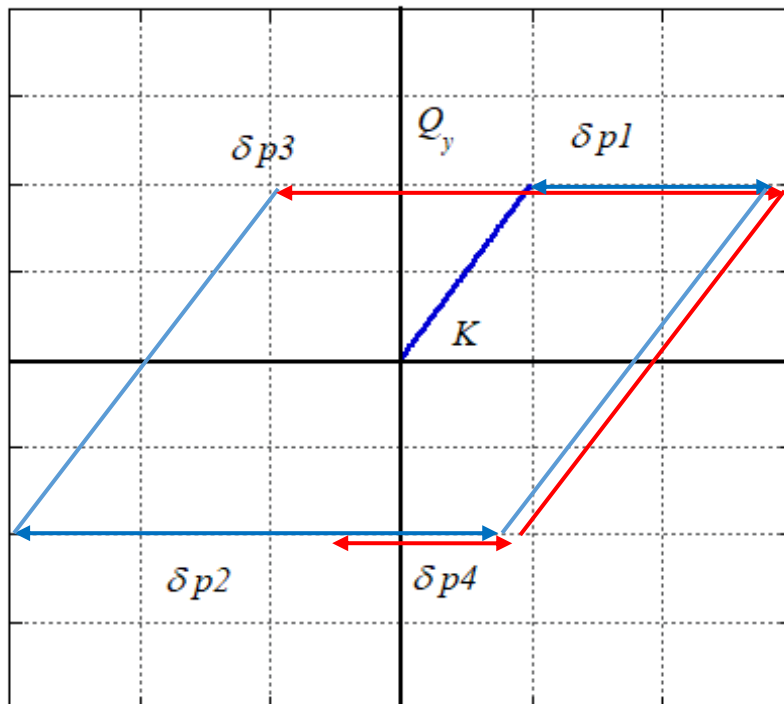
$$V_D = \frac{0.71}{1.25} V_E = 114 \text{ cm/sec} \quad (23)$$

A.6 総入力エネルギー量は、次式で与えられる。

$$E = \frac{1}{2} m V_D^2 = 650 \text{ tfcm} = 6370 \text{ KNcm} \quad (24)$$

A.7 建物の復元力特性は、下図で近似できると仮定する。この定義に従って、弾性限界変位  $\delta_y$  は次式で与えられる。

$$\delta_y = \frac{P_u}{K_H} = \frac{37.4}{7.87} = 4.75 \text{ cm} \quad (25)$$



A. 8 必要な累積塑性変形量  $\delta_p$  は下式で与えられる。

$$\delta_p = \frac{E}{P_u} = \frac{6370}{372} = 17.0\text{cm} \quad (26)$$

A. 9 必要な累積塑性変形倍率は下式となる。

$$\eta = \frac{\delta_p}{\delta_y} = \frac{17.0}{4.75} = 3.59 \quad (27)$$

A. 10 構造特性係数  $D_s$  が次式で与えられるとするならば、必要保有水平耐力  $Q_u$  は下式で与えられる。

$$D_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}} = 0.350 \quad ; \quad Q_u = 0.350 \times 98.0 \times 9.8 = 336 \text{ KN} \quad (28)$$

A. 11 以上は基準法に定められた必要保有水平耐力  $Q_u$  である。よって、 $D_s$  値がこれを満足するように部材断面を選定している。従って、基準法の定められた必要保有水平耐力は満足しているが、物理学的に言ってこれを満足しているかどうかは別の話である。実際、復元力特性曲線が仮定された通りで、かつ実際の累積塑性変形倍率が 3.5 以上でなければならない。おそらく、累積塑性変形倍率は 7.1 節の例題と同じように考えれば、おそらく 10 を優に超えることは間違いない。

従って、この構造物の持っている保有水平耐力は、累積塑性変形倍率の能力から判断して、必要保有水平耐力を上回っていると言える。