

建築構造力学（6）

第8回 中間層崩壊の原因と対策

図に示す2層の鋼構造フレームについて以下の手順で、保有水平耐力を地震入力エネルギーの観点から構造検討せよ。

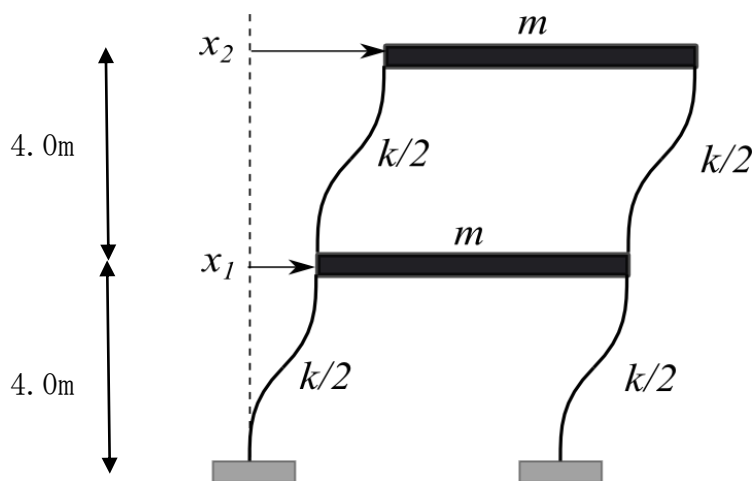


図1 2層建物の振動モデル

(1) 柱と梁の断面性能は以下のとおりである。このとき、柱と梁の全塑性モーメントを求めよ。（有効数字2桁とする。）

柱の断面2次モーメント： $I = 60000 \text{ cm}^4$

柱の塑性断面係数： $Z_p = 3000 \text{ cm}^3$

梁の断面2次モーメント： $I = 120000 \text{ cm}^4$

梁の塑性断面係数： $Z_p = 10000 \text{ cm}^3$

各層の重量： 100 ton （建物の総質量200ton）

鋼材のヤング率： $E = 2000 \text{ tf/cm}^2 = 200 \text{ KN/mm}^2$

鋼材の降伏応力度： $\sigma_y = 2.4 \text{ tf/cm}^2 = 240 \text{ N/mm}^2$

- (2) 梁の断面 2 次モーメントが無限大であると仮定して、1 階と 2 階の水平剛性をそれぞれ求めよ。各階の高さは 4 m とする。ただし、柱 1 本あたりの水平剛性 K は、次式で与えられる。

$$K = \frac{12EI}{h^3}$$

- (3) 2×2 の剛性マトリクスを求めよ。1 層と 2 層の質量をそれぞれ 100 トンとし、固有値解析により、1 次モードの振動系と固有周期を求めよ。
- (4) 地震時に想定される水平荷重分布を求めよ。
(水平荷重分布は 1 次モード形状に等しい。)
- (5) 1 次モードで予想される水平荷重分布が作用すると仮定したとき、崩壊荷重を下界定理で予想せよ。
- (6) 1 次モードで予想される水平荷重が作用すると仮定したとき、崩壊機構を想定し崩壊荷重を上界定理から求めよ。
- (7) 損傷集中が避けられず 1 階のみが層崩壊すると仮定したときの崩壊機構を想定し、その崩壊荷重を上界定理から求めよ。(6) の崩壊機構と (7) の崩壊機構のどちらが正解に近い論じよ。次に、(5) の下界定理から求めた崩壊荷重と上界定理から求めた崩壊荷重の差を論じよ。結論として崩壊形状を推定し、その崩壊機構の際の外力分布を仮定する。その外力分布ベクトルを定数倍して、崩壊荷重に達したときの 1 層の層せん断力の値を求めよ。この値を保有水平耐力 P_u と定義したとき、総重量 MG (200 トン = 2000KN) に対する比率 α を求めよ。
- (8) 保有水平耐力検討時の地震入力エネルギースペクトル V_E が図 2 で与えられている。このとき、図 1 に示す柱梁フレームの固有周期から推定される耐震設計用総入力エネルギーは幾らか? 2 層建物の総質量は 200 トンである。エネルギー単位は KNm として解答せよ。(7) で求めた保有水平耐力 P_u から、累積塑性変形 δ_p を求めよ。

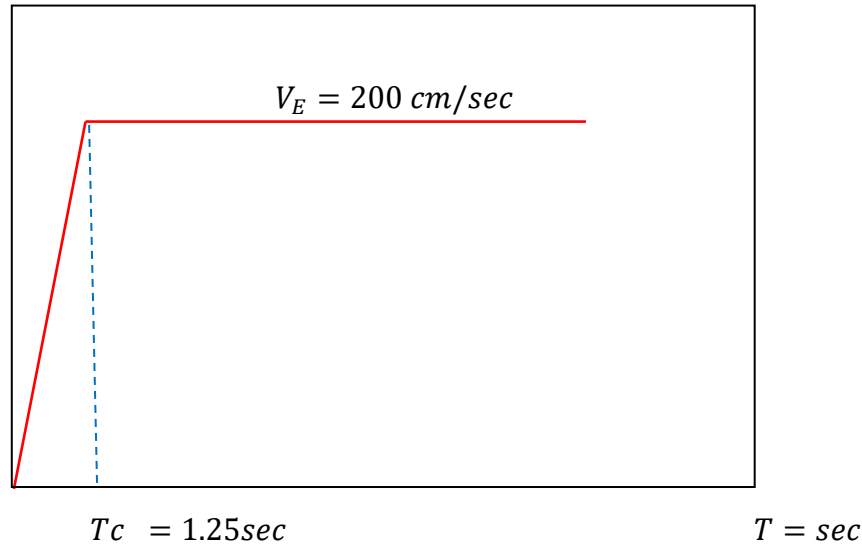


図 2 設計用エネルギースペクトル

- (9) 2 層建物の弾性変形限界 δ_y は、剛性マトリクスと 1 次モードベクトルの積を δ_y 倍して求めた外力ベクトルにおいて、層せん断力が下界定理で確認した保有耐力と等しい値で定義する。1 層の弾性変形限界 δ_y を求めよ。次に、(8) で求めた累積塑性変形量 δ_p との比率 η (累積塑性変形倍率) を求めよ。
- (10) 問題(7)で求めた保有耐力の自重に対する比率 α と耐震設計用地震入力エネルギーと等しい必要累積塑性変形倍率 η から推定した構造特性係数 D_s 値 (次式で与えられる) を比較検討し、本建物の耐震安全性について考察せよ。将来発生することが確実視されている東南海地震の際は、総入力地震エネルギーが建築基準法で定められた値の 10 倍と見積もられたとする。その場合、必要な構造特性係数 D_s 値をどのように設定すべきか、自分の考えを定量的に述べよ。定性的な意見は零点とする。

$$D_s = \frac{1}{\sqrt{2\eta + 1}}$$

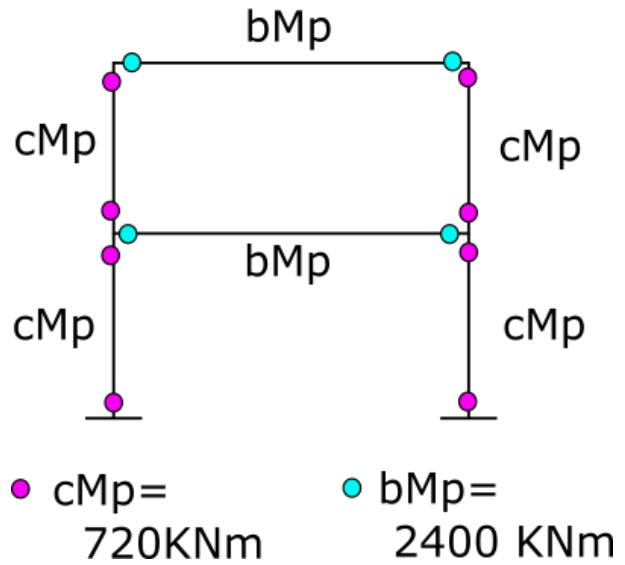
(1)

柱の全塑性モーメント

$$\begin{aligned}
 bMp &= Z_p * \sigma_y = 7.2 \times 10^8 \text{ N mm} \\
 &= 720 \text{ KN m}
 \end{aligned}$$

梁の全塑性モーメント

$$\begin{aligned}
 cMp &= 2.4 \times 10^9 \text{ N mm} \\
 &= 2400 \text{ KN m}
 \end{aligned}$$



(2)

柱 1 本の水平剛性 $12EI/h^3 = 12 \times 200 \times 60000 \times 10000 / 4000^3$

$$= 144 \times 10 / 64 = 22.5 \text{ KN/mm}$$

各層の水平剛性 $K = 45 \text{ KN/mm} = 45 \times 10^6 \text{ N/m}$

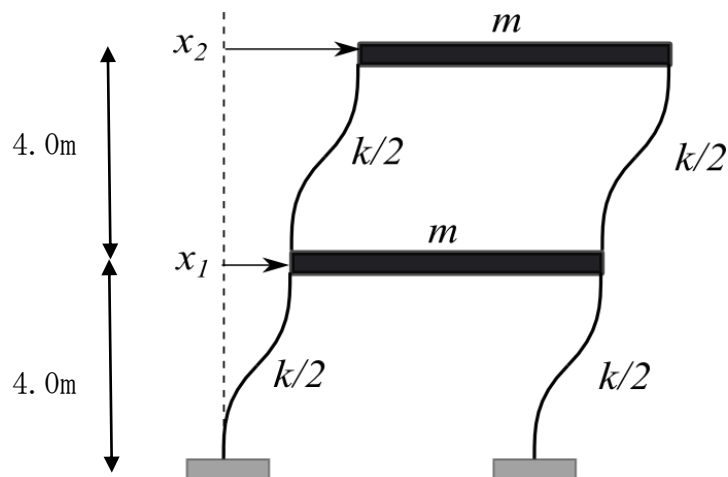


図 1 2層建物の振動モデル

(3) 質量マトリクスと剛性マトリクスは下記の通り。(第5回講義ノート参照)

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k & -k \\ -k & 2k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$k = 45.0 \times 10^6 \text{ N/m}; m = 100 \times 10^3 \text{ kg}$$

従って、以下の固有方程式を解き、固有値を求めると1次と2次の振動数が求まる。

$$\begin{pmatrix} 450 - \omega^2 & -450 \\ -450 & 900 - \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって、固有振動数 ω であり、1次固有周期は0.480秒となる。

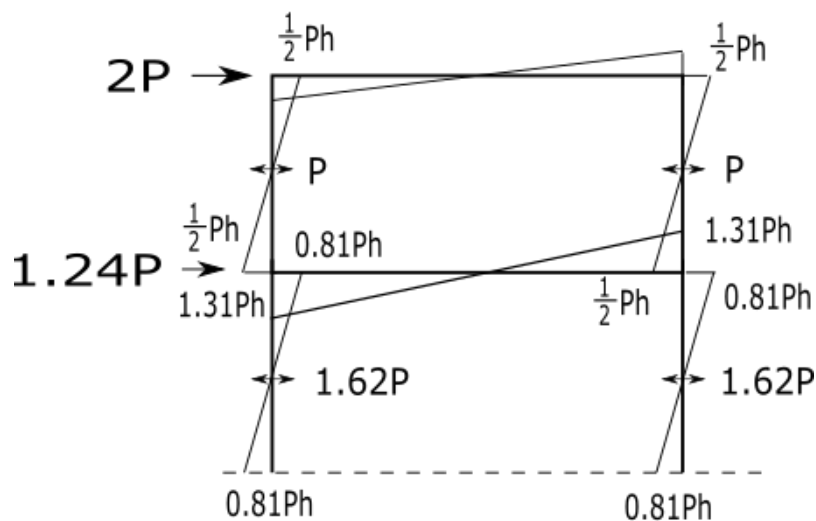
$$\omega_1 = 13.1 \text{ r/s}; \omega_2 = 34.3 \text{ r/s}$$

$$T_1 = 0.480 \text{ sec}$$

(4) 1次モードベクトルは下記の値である。(第5回講義ノート参照)

$$1 \text{ 次モード}; \begin{pmatrix} u_2 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 0.618 \end{pmatrix}$$

(5) 2層と1層の水平力分布を問題(4)で求めたモードベクトルと相似形とし、2層の柱1本あたりのせん断力を P とし、かつ、曲げモーメント分布を下図で仮定した。このとき、柱の柱頭および柱脚部の全塑性モーメントが仮定した曲げモーメントより大きくなる条件から、 P の最大値を決めると222KNとなる。この時、1層の層せん断力は $2 \times 1.62 \times 222 = 719\text{KN}$ となる。



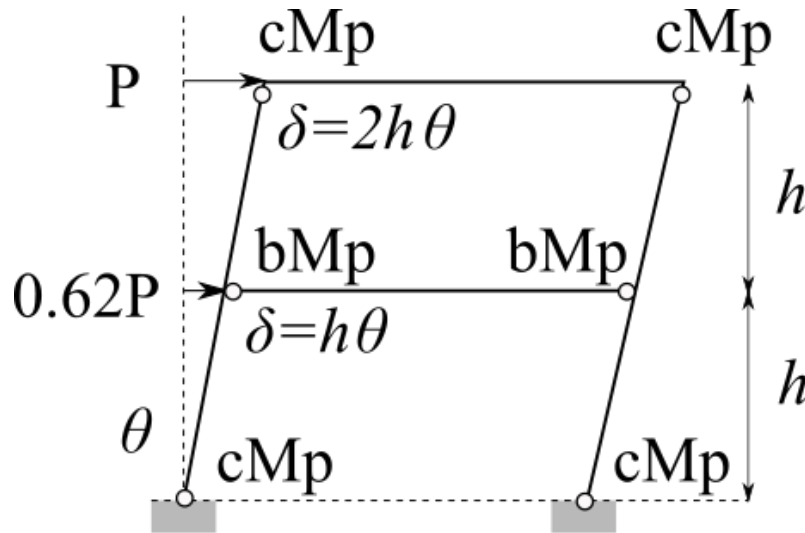
$$0.81Ph = cMp = 720\text{KNm}$$

$$1.31ph = bMp = 2400\text{KNm}$$

$$P < 222 \text{ KN}$$

図 2 静的許容応力状態

(6) 荷重分布を問題(4)で求めたモードベクトルと相似形と仮定して、崩壊機構を下図のように仮定した。上界定理から崩壊荷重の上界が求まる。



崩壊機構 A の場合のメカニズム

外力の仮想仕事： $h = 4.0 \text{ m}$

$$P2h\theta + 0.62Ph\theta = 10.48 P\theta$$

内力の仮想仕事： $h = 4.0 \text{ m}$

$$4cMp\theta + 2bMp\theta = (4 \times 720 + 2 \times 2400) \times \theta = 7680 \theta$$

両者は等しくなる荷重が、最大荷重 P_u であるから、

$$P_u = 733 \text{ KN}$$

(7) 1 階が層崩壊したときのメカニズムを図3に示す。この時の、 P_u の値は式(3)となる。よって、1 層の層せん断力（保有耐力）は、720KNとなる。

外力の仮想仕事：

$$2P\delta = 2h\theta P = 8 P\theta \tag{1}$$

内力の仮想仕事：

$$4cMp\theta = 4 \times 720 \times \theta = 2880\theta \tag{2}$$

式(1)と(2)が等しいとして、 P_u の値は式(3)となる。よって、1 層の層せん断力はこの2倍であるから、720KNとなる。

$$P_u = 360 \text{ KN} \quad (3)$$

問題(6)により連層で崩壊したメカニズムの場合の1層の層せん断力は、 $1.62 \times 733 \text{ KN} = 1188 \text{ KN}$ である。一方、1層が層崩壊したときの1層の層せん断力は、720KNである。上界定理より問題(7)の崩壊メカニズムがより低い最大耐力を示しているので、1階が層崩壊メカニズムの方が正解に近い。また、問題(5)の上界定理からは、1層の層せん断力は $1.62 \times 2 \times 222 = 719 \text{ KN}$ である。よって、1層の層せん断力で表現された崩壊荷重は720KNと719KNの間にあることが分かる。両者は、ほぼ一致しており、上界定理と下界定理の教えるところにより、真の崩壊荷重と考えてよい。結果として、1層の層せん断力係数 α の値は、次式で与えられる。(これは、真の崩壊メカニズムが形成されたときの層せん断力係数である。)

$$\alpha = \frac{2 P_u}{M G} = \frac{720 \text{ KN}}{2000 \text{ KN}} = 0.36$$

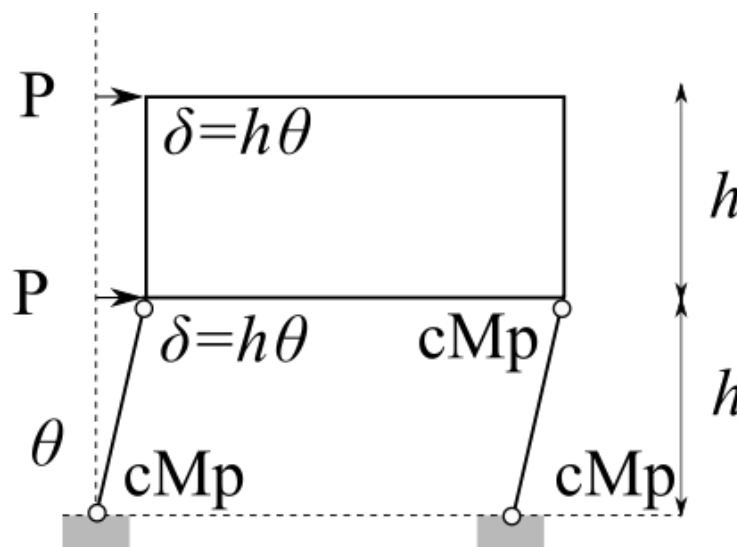


図 4 1層の崩壊機構とメカニズム

(8) 周期 0.48sec に対応した速度応答換算値 $V_E = 200 / 1.25 * 0.48 = 76.8 \text{ cm/sec}$ である。よって、総入力エネルギー E は、

$$\frac{1}{2} m (V_E)^2 = 0.5 * 0.2 * 76.8 * 76.8 = 590 \text{ tf cm} = 5900 \text{ KN cm}$$

建物がどのように崩壊しても、総入力エネルギーの値は変わらないので、累積塑性変形量 δp は、次式となる。これは、1 階が層崩壊したときの 1 層の累積塑性変形量に等しい。

$$\delta p = 5900/720 = 8.20 \text{ cm}$$

- (9) 弾性状態における 1 層の弾性変形 δy は、剛性的リスク K (KN/mm) に変形ベクトル \mathbf{x} をかけて、1 階の層せん断力が 719KN となる場合の変形量と考えることができる。よって、式(1)が成立する。よって、 $\delta y = 16 \text{ mm}$ 従って、累積塑性変形倍率 η は問題(7)の累積塑性変形量から式(2)により、5.13 となる。

$$\begin{pmatrix} 45 & -45 \\ -45 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.62 \\ 1 \end{pmatrix} \delta y = \delta y \begin{pmatrix} 27.9 \\ 17.1 \end{pmatrix} = 222 \begin{pmatrix} 2 \\ 1.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 444 \\ 274 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\eta = \delta p / \delta y = 5.13 \quad (2)$$

- (10) 問題(9)から求められた必要累積塑性変形倍率を次式に代入すると、必要保有水平耐力としての D_s 値を求めることができる。

$$D_s = 1 / \sqrt{1 + 2\eta} = 0.30 \quad (3)$$

一方、問題(7)から求めた保有水平耐力の 1 層の層せん断力係数としての α は 0.36 である。必要保有水平耐力としての D_s 値は 0.30 であり、保有水平耐力としての D_s 値は 0.36 であるから、建築基準法で定められた極大地震に対しては、層崩壊を防ぐことができると考えられる。

建築基準法で想定された大地震（最大加速度が 300 ガル程度、主要動の継続時間が 30 秒程度）に対しては安全であっても、入力地震エネルギーが 10 倍になると検討条件は変化する。その場合は、必要とされる保有耐力を引き上げるか、あるいは必要とされる累積塑性変形倍率を引き上げるかどちらかを選択することになる。現状では、上記の数値検討結果からわかるように、必要な累積塑性変形量は 5 程度であることは判明するが、材料に備わっている累積塑性変形倍率が 5 以上であることは実験によらなければ判明しない。現在までの実験結果を総合的に判断すれば、片側の累積塑性変形倍率 $5/2=2.5$ 程度の塑性変形が普通は許容される。しかし、この値が 10 倍必要となれば、当然、必要保有水平耐力も大きくなると考えるのが妥当である。