

中空断面を有する積層ゴム支承の鉛直剛性に関する実験的研究

EXPERIMENTAL STUDY OF THE COMPRESSIVE STIFFNESS OF HOLLOW CIRCULAR RUBBER BEARINGS

西村 功*, 山田俊一**, 坂本光雄***, 近藤明洋**, 小堀鐸二****
Isao NISHIMURA, Toshikazu YAMADA, Mitsuo SAKAMOTO,
Akihiro KONDO and Takuji KOBORI

Discussed in this paper is the vertical load supporting mechanism of laminated rubber bearings with hollow circular sections. The compressive stiffness of the hollow circular rubber bearings is experimentally studied. Key issues discussed in this paper are 1) precise measuring method for rigidity modulus of the rubber materials 2) comparison between the theoretical prediction and the experimental result 3) effect of hollow circular section on the vertical stiffness. The observed result through this experimental study supports the theoretical premise and analysis that can precisely describe the vertical deformation behavior of the rubber bearing.

Keywords : *rubber bearing, base isolation, compressive stiffness, shear modulus, bulk modulus, torsional vibration*
 積層ゴム、免震構造、鉛直剛性、せん断弾性係数、体積弾性係数、ねじれ振動

1 序 論

免震構造に使用される積層ゴム支承の力学特性については既に多くの研究がなされており、通常の建物免震に用いられる積層ゴム支承については、定性的、定量的にはほぼ解明されている。従って、現在の研究動向は、高圧縮軸力を受ける積層ゴム支承の耐力、鉛直剛性、水平剛性、座屈荷重、などの解明に向かっている。一方で、小型軽量の構造物に免震構造を用いようとする研究も、適用範囲を拡大するという観点から重要である。著者らはこうした観点から、中空断面を有する積層ゴム支承（以下、中空積層ゴムと呼ぶ）について一連の研究を行っている。この方法によれば、基本形状を大きく変更することなく、小型軽量の構造物を比較的長い固有周期で安定に支持できる(文献1)。しかし、その力学特性については不明な点が多く研究報告も少ない。

著者らは、中空積層ゴムの鉛直剛性について解析的な検討を行い、微小変形理論の範囲内で応力の釣り合い式を満足できる圧縮力に関する支配方程式を求め、これを基に鉛直方向の中空積層ゴムのヤング率を解析的に考察した(文献2)。また、中空断面の大きさ、寸法を考慮した近似式を提案した。さらに、ゴムの自由境界面の膨らみ変形量についても解析的に考察した。本実験研究は、観測により中

空積層ゴムの鉛直剛性を正確に求め、理論上の前提条件と理論解の妥当性を実証的に確認するために行ったものである。

本研究では中空積層ゴムの断面形状と積層ゴムの厚みを主なパラメータとした試験体を計画し、鉛直剛性がどのように変化するかを計測した。実験の結果得られた鉛直剛性の値から、ヤング率を逆算し、理論値と比較検討した。

従来の円形断面形状の積層ゴム支承の実験研究ではゴム材料のせん断弾性係数を無軸力下の水平加力実験から求めている例が多い。しかし、部材としての曲げ剛性が比較的小さく水平剛性に与える曲げモーメントの影響が大きい中空積層ゴムの場合は、水平加力実験からはゴムの材料定数を求めることは困難である。そこで、ねじれ変形を作用させて純せん断ひずみを積層ゴム支承に与え、ゴム材料のせん断弾性係数を求めることとした。具体的には、ねじれ自由振動を励起し、その振動数からねじれ剛性を求めせん断弾性係数を求めている。せん断弾性係数を正確に求めることが、実験結果の評価をする際のバラツキを抑え、理論値との比較検討の信頼性を高めることになる。また、自由境界面の膨らみ変形量を写真撮影によって計測し、理論解と実測値の比較検討も行った。一連の実験により、中空積層ゴムの鉛直剛性理論解は実験誤差の範囲内で実測値と一致し、その妥当性はほぼ実証できたと考える。

* 鹿島小堀研究室制震構造研究部 博士(工学)
 ** 鹿島小堀研究室制震構造研究部 工修
 *** 鹿島小堀研究室制震構造研究部 部長
 **** 京都大学名誉教授鹿島最高技術顧問 工博

Kobori Research Complex, Kajima Corporation, Dr. Eng.
 Kobori Research Complex, Kajima Corporation, M. Eng.
 Kobori Research Complex, Kajima Corporation
 Prof., Emeritus of Kyoto Univ., Kobori Research Complex, Kajima Corporation,
 Dr. Eng.

2 本実験研究の目的

本論文中で考察する積層ゴム支承は図1に示す形状を有する。即ち、鋼板とゴム材料の互層構造でゴム材料は鋼板に隙間なく接着されており、積層ゴム支承の断面の中心部分には比較的大きな直径の円形孔を有している。著者らは、この中空積層ゴム支承の鉛直剛性について解析的な検討を行ってきた。その結果、積層ゴム支承の自由境界面の膨らみ変形の形状を余弦関数と見なすと、水平面内での応力の釣り合い方程式と鉛直方向の応力の釣り合い式を、圧縮力についての方程式として表現することが可能となる。また、応力の境界条件も圧縮力について表現でき、理論解が得られることを示した。次にこれらの結果を円筒座標系 (r, θ, z) で示す。

水平面内 (r) の応力の釣り合い式：

$$\frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} = \frac{1}{l^2} [p(r) - K \epsilon_c] \quad (1)$$

鉛直方向 (z) の応力の釣り合い式：

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

内径、外径の自由境界面の応力の境界条件：

$$l^2 \frac{d^2 p}{dr^2} + \frac{K}{2G} p(r) = 0 \quad \text{at } r = R_o \text{ and } R_i \quad (3)$$

ここで

$p(r)$: ゴム層内部の圧力関数、次式で定義される。

$$p(r) = K e(r)$$

$e(r)$: ゴムの体積ひずみ

ϵ_c : ゴム層の鉛直方向ひずみ

l : 積層ゴム固有の基準化された厚み、次式で定義される。

$$l = \frac{t}{\pi} \sqrt{\frac{K+2G}{G}}$$

t : ゴム単層の厚み

K : ゴム材料の体積弾性係数

G : ゴム材料のせん断弾性係数

R_i : 中空積層ゴム支承の半径 (内径)

R_o : 中空積層ゴム支承の半径 (外径)

中空積層ゴム支承に限らず、一般的に積層ゴム支承の鉛直剛性は積層ゴムの厚みが薄くなるに従って大きくなることが知られている。このように、積層ゴム支承においては、断面寸法や断面形状の違いによって応力とひずみの比例定数が変化するので、観測された鉛直剛性を説明する力学モデルを構築しようとする時、微小変形の弾性理論と整合しない部分が必然的に生じる。そこで、弾性理論と整合する部分と整合しない部分を十分に吟味することが重要となる。実際、著者らの解析検討では次の2つの前提条件を出発点としている。

仮定1. 自由境界面の変形を余弦関数と見なしている。

仮定2. 鉛直応力 (圧縮力) が部材軸方向に変化しない。

これらの仮定は、ゴム材料の変形量が水平方向と鉛直方向でかなり異なるために設定したものである。水平方向のゴム変形量は大きいので、水平方向の釣り合い式を求める場合は断面積の変化を考慮しなければならない。自由境界面が余弦関数で表現できるように膨らむと仮定すると、中央部分の断面積は増大する。従って、一定の軸力が作用しているゴム支承では、支承両端部分の鉛直応力と比較して、中央部分の応力は減少する。そのために、鉛直方向の応力 (圧縮力) は部材軸 z に沿って変化をすることになる。この変化の割合を表現したのが式(1)の右辺である。(詳しい式の導き方は文献2を参照されたい。)ところが、自由境界面を余弦関数と見なした場合に限り、結果として水平方向の釣り合い式は鉛直方向の成分 z を含まなくなり、仮定2と両立するようになる。

一方、仮定2は、鉛直方向の釣り合い式に関しては、微小変形の釣り合い式を踏襲したものである。微小変形理論では、荷重を作用させる前と後で断面積は不変であると仮定しているので、応力も変化しないからである。これが、式(2)の物理的な意味である。

結局、仮定1と2はお互いに異なる変形条件を前提としながら、お互いに両立する釣り合い式(1)と(2)に至ったものである。しかも、ゴムの自由境界面の変形が中央部分で大きく膨れることや、ゴムの鉛直方向の荷重変形関係が線形関係を維持すること、などの観測事実を定性的に説明することができる。本研究の目的は、上記2条件を前提に導かれた理論解が定量的にも妥当であることを、実測値と比較することにより検証することにある。

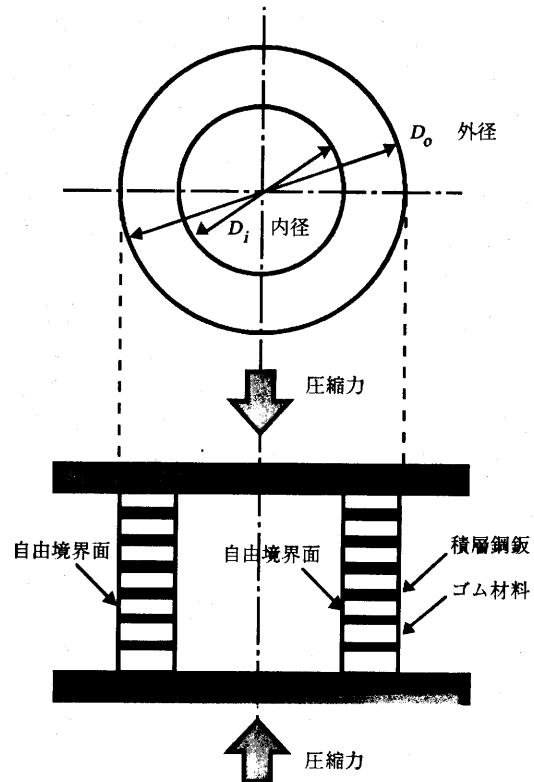


図1 中空積層ゴム支承の基本形

3 試験体

本実験研究で使用中空積層ゴム支承の一覧を表1に示す。また代表的な試験体を図2に示す。中空積層ゴム支承では、ゴム材料が外周部分と内周部分でもに変位の拘束を受けることなく変形できる。この中空部分がある程度の大きさになると、円形断面の積層ゴム支承とは異なる性状を示すことが解析検討により予測される。そこで、断面形状（中空部分の大きさ）とゴムの層厚、全体の高さ、を主たるパラメータとし試験体を計画した。素材ゴムは天然ゴム系の材料を用い、試験体は全て同じ工程管理で製作した。従って材料定数は全試験体ではほぼ同じである。加硫する際の温度管理や時間の長短によって最終的な製品のせん断弾性係数が増減する。

鉛直剛性はゴム材料のせん断弾性係数と体積弾性係数の両者の影響を受けるが、試験体のゴム1層の厚みを比較的厚くすることで、体積弾性係数の大小による鉛直剛性の変動をなるべく排除した試験体を計画した。この結果、ゴム材料のせん断弾性係数を正確に計測できれば、理論値との比較が精度よく行える。また、ゴム層の厚みがあるのでゴム中央部分の膨らみ量を写真撮影により、簡便に実測することができる。積層ゴム支承の高さは、今後水平剛性の計測実験を予定しているため、曲げ剛性の影響と座屈荷重の変化を観測するため、30cm, 48cm, 60cmの3種類を用意した。従って、鉛直剛性計測実験では同種の試験体がAシリーズでは3体、Bシリーズでは2体あり、実験の信頼度を向上させている。

表 1 試験体一覧

試験体番号	D_o (cm)	D_i (cm)	h (cm)	t (cm)	t_s (cm)	n_r	h_r (cm)		
A1-30	30.0	18.0	31.0	0.98	0.45	22	21.6		
A1-48			48.0	0.98		34	33.3		
A1-60			61.0	0.98		43	42.1		
A2-30			30.0	21.0	30.5	1.95	0.90	11	21.5
A2-48					47.5	1.95		17	33.2
A2-60					59.0	1.95		21	41.0
B1-30	30.0	21.0	31.0	0.98	0.45	22	21.6		
B1-48			48.0	0.98		34	33.3		
B2-30			30.5	1.95	0.90	11	21.5		
B2-48			47.5	1.95		17	33.2		
C1-30	42.0	26.0	30.0	1.50	0.90	13	19.5		

- D_i : 中空積層ゴム支承の直径 (内径)
- D_o : 中空積層ゴム支承の直径 (外径)
- h : 積層ゴム支承の全高さ (図2参照)
- h_r : 積層ゴム支承のゴム総高さ
- n_r : 積層ゴム支承のゴム層総数 (図2参照)
- t_s : 積層鋼板1枚の板厚 (図2参照)

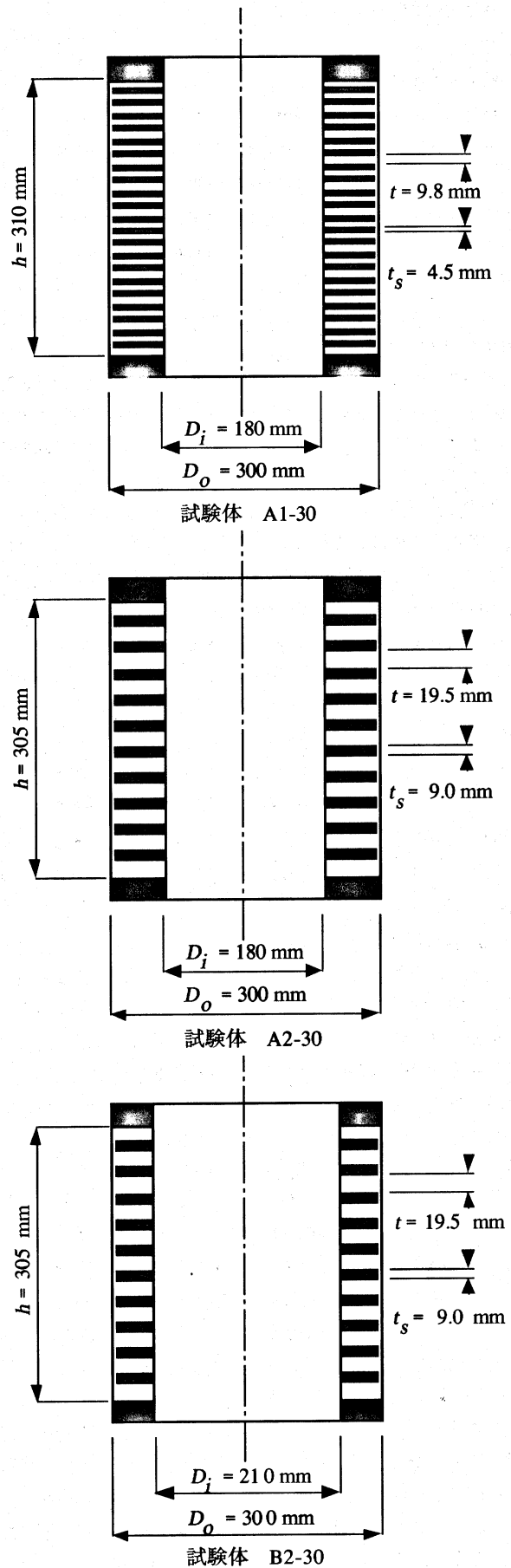


図 2 代表的な試験体の断面図

4 セン断弾性係数の測定

従来行われた実験研究では多くの場合、ゴム材料のせん断弾性係数を、積層支承の無軸力下の水平剛性から逆算して求めている。しかし、この方法ではゴム材料のせん断弾性係数を正確に計測することができない。なぜなら曲げ剛性の影響や断面の形状によるせん断剛性の低下を無視することになるからである。また、さまざまな理由で荷重-変形関係が必ずしも線形ではないので実験結果にはかなりの誤差が含まれる。本実験研究ではゴム材料に純せん断ひずみを与えることで正確にせん断弾性係数を計測する方法を採用した。実験の方法を図3に示す。

まず中空積層ゴム支承を反力床に固定する。次に回転慣性としての鋼板をボルトとナットにより積層支承上部に緊結する。この回転慣性としての鋼板に2箇所加速度計を取り付ける。次に、回転慣性の鋼板を手動によりねじり、徐々にねじり振動を励起する。十分に振動が成長した後、手を離し、振動が完全に自由振動と見なせる状態であることを確認した後、加速度計の出力をADコンバータによりデジタル信号として計測する。計測のサンプリング時間は0.005秒で計測時間は30秒(試験体C1-30のみサンプリング0.01秒、計測時間20秒)である。各試験体について振幅レベルを意図的に変化させて合計3回の計測(試験体C1-30のみ2回)を行い、平均値をもって剛性評価を行った。結果的には、全試験体で3回とも同じ振動数を得た。

回転慣性質量の計算は、用いた重りの鋼板厚みをノギスにて計測し、外径寸法は設計値を用い、最後に重量をデジタル秤で計測して計算値と比較し誤差の確認を行っている。計算重量は322.8kgであり、計測重量は324.5kgである。回転慣性として用いた鋼板は厚さ29mm、直径700mm、でこれを4枚重ねたうえに厚さ29mm、直径550mm、の治具プレート(計測重量46.7kg)を介して試験体のエンドプレートにボルトナットで緊結されている。(図4、5参照)試験体C1-30については大きさの異なる長方形の鋼板を回転慣性として用いた。鋼板の厚さは30mm、縦900mm、横1,000mmである。なお、積層支承の中の積層鋼板の回転慣性も考慮した。

図6には代表的なねじり自由振動の時刻歴波形を示す。ゴムに与えられたせん断ひずみは加速度レベルから判断して最大で約10%から20%程度である。当然、自由振動は減衰してゆくのひずみがこれよりも小さいときの自由振動成分も含まれている。ねじり振動加速度のフーリエ解析結果を図7に示す。スペクトルは極めて鋭敏であり、ゴムのせん断剛性がひずみレベルに依存する割合はかなり低いと判断できる。このことは振幅を変えながら、3回行った自由振動計測実験ですべて同じ測定結果を得たことでも裏付けられる。

表2にはねじり自由振動実験結果一覧を示す。全試験体で同様の計測を行い、せん断弾性係数を求めた。A及びBシリーズの試験体は同じロットの天然ゴム材料から製造されており、製造過程を同じ条件で管理した。実験結果からも理解できるように11体の試験体ではほぼ同じせん断弾性係数が得られており、ばらつきは少ない。ただし、C1-30試験体は同じゴムメーカーにより同じ工程管理のもとで製作したが、製造時期が異なり(1年)材料のロットも異なるので、若干個体差が出たものと思われる。

以下に、ねじり自由振動数からせん断弾性係数を求める計算式を示す。ねじり振動数とねじり剛性の関係は(4)式で表現される。従って、本実験で計測したねじり自由振動数の結果から、式(5)に従って、せん断弾性係数を求めることができる。表2には、これらの実験結果を基に算定した、試験体ごとのせん断弾性係数を記す。

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{\theta}}{I + \frac{I_s}{3}}} \quad (4)$$

ここで

$$k_{\theta} = \frac{GJ}{h_r} \quad (5)$$

J : 積層支承のねじり定数で次式で与えられる。

$$J = \frac{\pi}{2}(R_o^4 - R_i^4) \quad (6)$$

I : 付加質量部分の回転慣性

I_s : 積層鋼板部分の回転慣性で次式で与えられる。

$$I_s = \frac{m}{2}(R_o^2 + R_i^2) \quad (7)$$

m : 積層鋼板部分の重量

表 2 ねじり振動実験結果一覧

試験体番号	ω rad/sec	I kg m ²	I_s kg m ²	k_{θ} Nm	J m ⁴ ×10 ⁻⁴	G MPa
A1-30	9.80	22.1	0.5	2140	6.92	0.668
A1-48	7.85		0.8	1370		0.659
A1-60	6.91		1.0	1070		0.651
A2-30	9.67		0.5	2080		0.646
A2-48	7.98		0.8	1420		0.681
A2-60	7.03		1.0	1110		0.658
B1-30	8.92		6.04	0.4	1770	0.633
B1-48	7.35			0.6	1210	0.667
B2-30	9.04			0.4	1820	0.648
B2-48	7.47			0.6	1240	0.682
C1-30	15.64	32.1		2.2	8010	26.1

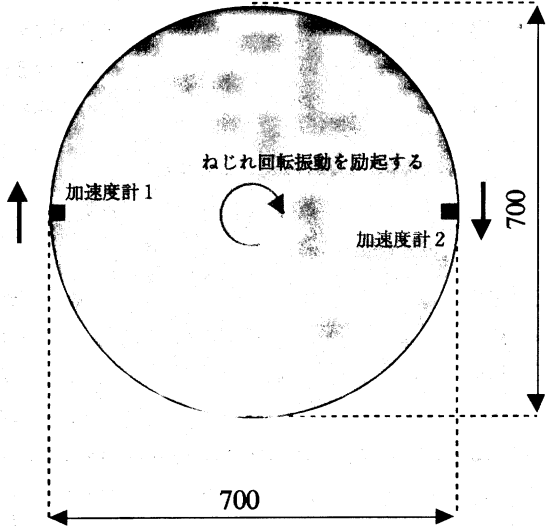
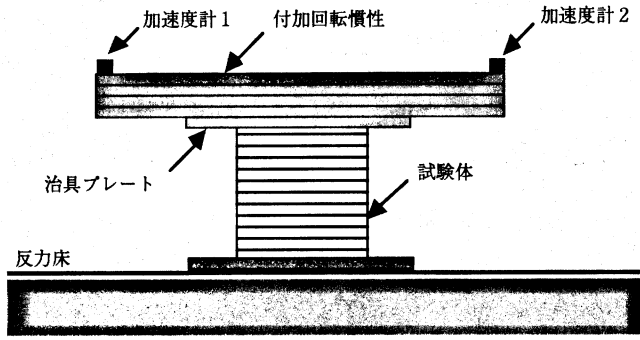


図3 ねじれ自由振動実験セットアップ

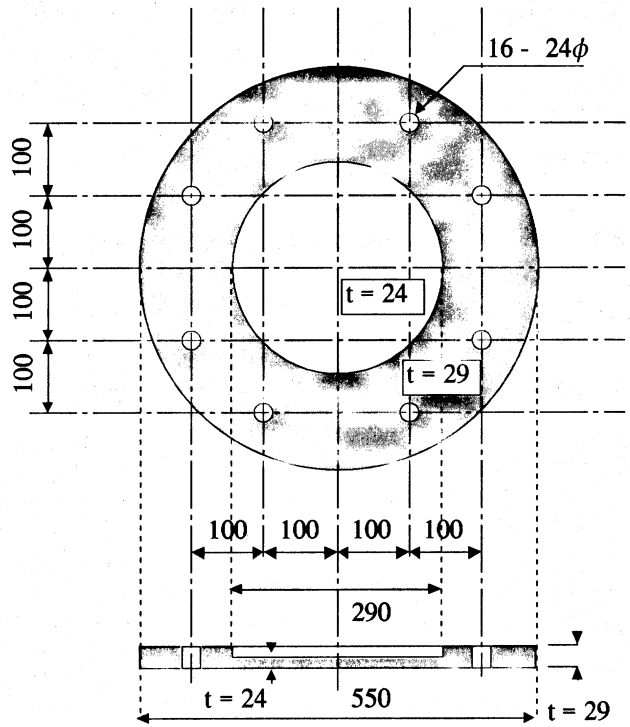


図5 治具詳細

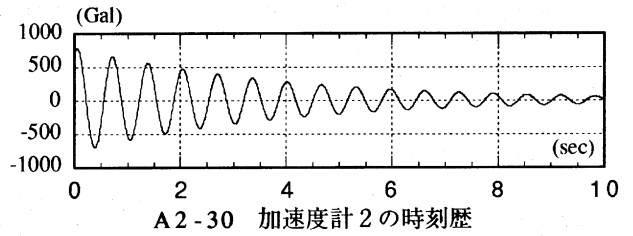
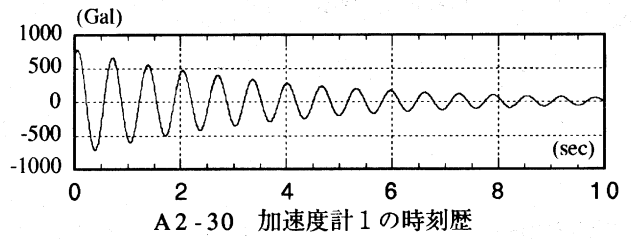


図6 ねじり振動の観測例

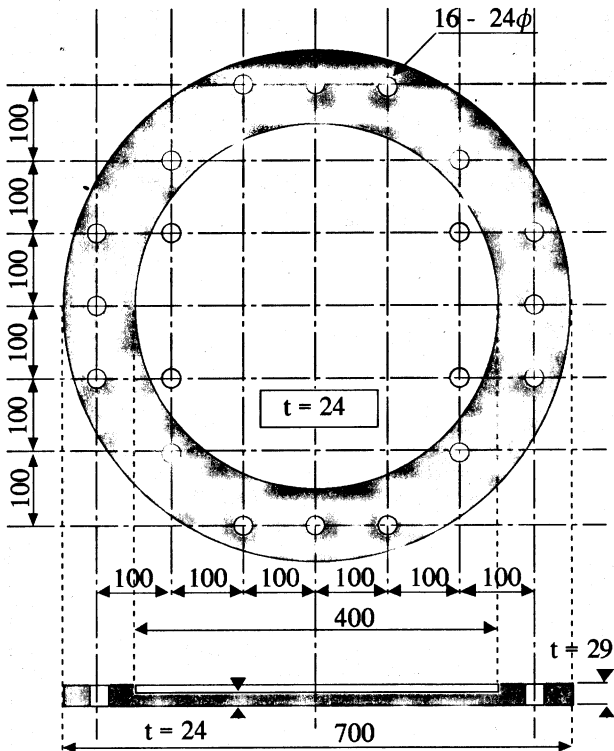


図4 回転慣性質量

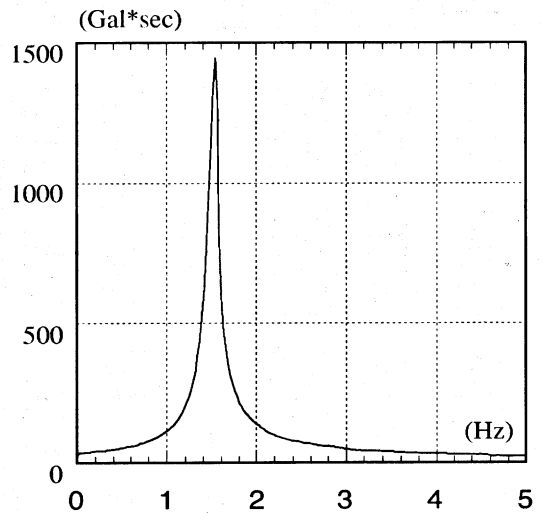


図7 ねじり自由振動実験結果の例 (A2-30)

5 鉛直剛性の計測

次に積層ゴム支承にアクチュエータを用いて鉛直軸力を作用させ、圧縮剛性を計測した。図8に鉛直加力実験のセットアップ状況を示す。中空積層ゴム試験体には剛性の高い鋼製ブロックを介して分力計を4個均等に配置し、さらに鉛直方向に正確に上下することができるスライドブロックを介して、2台の油圧アクチュエータを用いて均等に鉛直荷重を作用させた。鉛直荷重はこの分力計を用いて計測した。鉛直変位はアクチュエータの油圧制御装置に組み込まれた変位計で計測した。計測された鉛直荷重と鉛直変位からゴム1層当りの鉛直ひずみと鉛直剛性としてのヤング率を次式にて評価した。

$$\begin{cases} E_c = \frac{N}{A \epsilon_c} \\ \epsilon_c = \frac{\delta_c}{h_r} \end{cases} \quad (8)$$

ここで

- N : 鉛直軸力
- A : 積層ゴムの断面積
- E_c : 積層ゴムの鉛直剛性係数としてのヤング率
- δ_c : 積層ゴムの鉛直変位

表3には全試験体の鉛直剛性を式(8)に従って評価した実測値を示す。図9には48シリーズの試験体の実験結果を示す。測定の実差を±5%以下と見なせば、鉛直ひずみが5%を越えない範囲では荷重-変形関係は線形を保持することが実測結果から判明する。積層ゴム支承の高さが30cmの試験体は、さらに加力して線形性を確認した。これらの試験体では10%を越える鉛直ひずみレベルまで、荷重変形関係はほぼ線形関係を保持すると考えられる。次に、理論解と実験結果を比較する。中空積層ゴム支承の鉛直剛性の理論解は文献2によれば次式で与えられる。

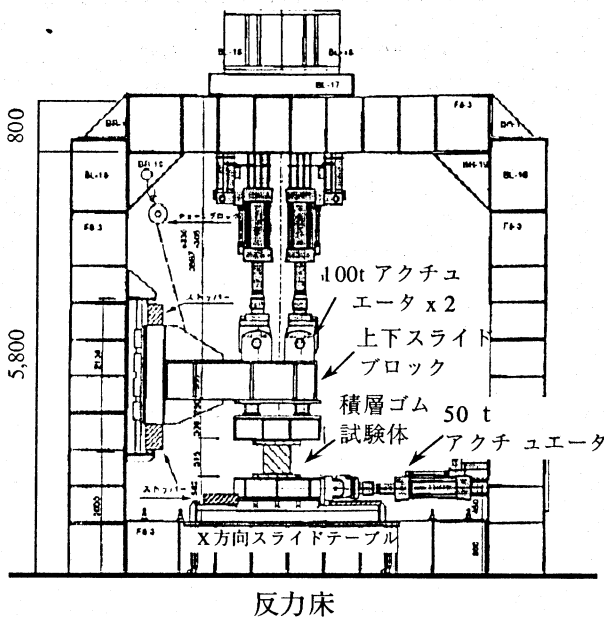


図8 積層ゴム支承鉛直加力実験セットアップ

$$E_c = K + 2G$$

$$\frac{2(K - 2G) \exp(\lambda_o) - \exp(\lambda_i)}{\lambda_o - \lambda_i \exp(\lambda_o) + \exp(\lambda_i)} \quad (9)$$

ここで

$$\lambda_o = \frac{R_o}{l} \quad \text{and} \quad \lambda_i = \frac{R_i}{l} \quad (10)$$

このとき、せん断弾性係数は表2に示した実測値を用いた。体積弾性係数は2.0GPaと仮定した。体積弾性係数の計測方法、実測値、などについての既往の研究内容を、藤本らが詳しく調べている。これによると天然ゴム系の材料の場合、体積弾性係数はほぼ2.0GPaから2.5GPa前後の値が報告されている。免震構造用の積層ゴム支承に関して言えば、Lindleyが示した $K=2.0\text{GPa}$ 程度の値をそのまま用いている例が多い。ゴム材料の体積弾性係数を正確に求めるには、実験が別途必要である。試料としてのゴム材料が有る場合は、文献5に精度の高い計測方法が示されている。今回の実験では、既に試験体計画のところで述べたように、ゴムの層厚が比較的厚く、鉛直剛性の測定結果に与える体積弾性係数の影響が少ないと考えられるのでLindleyの示した値(文献4, $K=2.0\text{GPa}$)に従った。体積弾性係数が $K=1.0\text{GPa}$ を下回るような極端に小さい場合を除いて、式(9)による理論解は、体積弾性係数の変動の影響をほとんど受けない。

実験と解析結果は、極めてよい一致を示す。今回の実験結果だけでは必ずしも断定的に述べることはできないが、理論式(9)とこの理論解を導く前提となった解析条件(本論文第2節の2条件)は、工学的に見て十分な妥当性を持っていると考えることができる。

表3 鉛直剛性実験結果 (単位 MPa)

試験体番号	E_c	E_c	E_c	E_c 解析値
	実験値 $\epsilon_c = 2.5\%$	実験値 $\epsilon_c = 5.0\%$	実験値 $\epsilon_c = 10\%$	
A1-30	22.1	21.8	23.1	23.0
A1-48	22.3	21.8	---	22.7
A1-60	22.8	22.5	---	22.4
A2-30	8.19	7.81	8.00	7.59
A2-48	8.64	8.56	---	8.00
A2-60	8.14	7.92	---	7.73
B1-30	13.7	13.5	14.0	13.4
B1-48	13.9	14.4	---	14.1
B2-30	5.94	5.55	5.82	5.44
B2-48	5.75	5.65	---	5.71
C1-30	16.0	16.1	16.1	16.3

