

# 非定常不規則外乱下における能動型ブレースの エネルギー吸収応答

## THE ENERGY DISSIPATION RESPONSE OF AN ACTIVE STRUCTURAL MEMBER UNDER NON-STATIONARY RANDOM DISTURBANCES

西村 功 \*

Isao NISHIMURA

This paper discusses a vibration control algorithm for a single degree of freedom model under non-stationary random disturbances. Selecting an appropriate set of passive mechanical parameters under a given feedback gain minimizes the energy requirement for the controller. This optimum selection is probabilistically obtained under stationary random process. It is also proved that the same optimum parameter selection minimizes the force requirement for the controller. The stochastically expected optimum parameter set is numerically evaluated in the time domain under non-stationary random excitations. The deterministic analyses ascertained that the control energy converges to zero as the time goes to infinity under any non-stationary random disturbances.

*Keywords:* Energy Response, Active Control, Stationary Random, Earthquake Response, Damping

エネルギー吸収応答、アクティブ制御、定常不規則外乱、地震応答、減衰

### 1 序 論

本論文は、建築構造物の一部に能動型の振動制御装置を有する場合を対象とし、非定常不規則外乱である地震動に対する能動部材のエネルギー吸収応答について述べたものである。

制震構造の本格的研究が小堀により提唱されて以降（文献 20）、能動型の振動制御装置は、可変剛性型、可変減衰型、動吸振器型など（文献 5,6,7,19）様々な形態として実現されてきた。一方で、地震を対象とした構造安全性を向上させる技術としては、能動型部材は不適切であるという指摘があることも事実である。こうした批判の一つに、能動型の装置では地震時の膨大なエネルギーを処理しきれないとする考え方がある（文献 1）。近年、可変減衰型の振動制御装置が研究されている事情の一つには、このような批判に答える意味もあると考えられる（文献 4,18）。

本論文では、地震動の開始から終了までの時間積分値として、能動型振動制御装置のエネルギー吸収応答を定義する。その上で、ある制御アルゴリズムを与え、制御装置のエネルギー吸収応答を様々なスペクトルを有する地震外乱について計算する。このとき、制御装置に必要なエネルギー吸収応答が全く必要とされないことを数値計算により示す。この解析により、地震外乱の規模にもスペクトルにも、対象とする振動系の固有周期などにも依存することなく、制御エネルギーを時間の経過と共に完全に消去できる制御アルゴリズムの存在が示される。

以上が本論文の要旨である。従来の定義に従ったエネルギー吸収応答で地震による部材損傷を評価すると、如何なる巨大地震でも能動型装置の損傷を、完全に消去することが理論的には可能である。

### 2 既往の研究

構造物における能動型振動制御の概念は、Yao の論文に始まるとされる（文献 17）。その後、Soong、Roorda、Yang、（文献 2,13,16）などによる精力的な研究が先駆的であり、ボストンの John Hancock Tower に設置されたアクチュエータ付きの動吸振器なども（文献 9）、Soong が研究の一端を担っていたことが文献から読み取れる（文献 8）。また、振動台上でテンドンを用いた能動型の減衰付と実験も行っていった（文献 3）。

一方、著者は Masri らと共に制御力の削減を目的として、中間層に能動型ブレースを配置して上部構造と下部構造の位相差による減衰付与の実験を行った（文献 11）。その結果、1,2,3 次モードの振動を同時に削減する能動型の制御が実験室レベルでは可能であることを示した。しかし、これら初期の能動型振動制御の試みは、結局のところ、現代制御理論を建築構造物に応用したという以上の成果は無かったように思う。

これに対し、1986 年以降に始まった小堀らによる制震構造の研究は、当初より実用化を意図したものであり、制御装置に必要なとされる制御力を如何に削減するかが主たる研究対象であった。最も初期

の能動型動吸振器は AMD と呼ばれているが、その構成を詳細に検討すれば、後にハイブリッドと呼ばれる考え方が既に備わっていることに気づくのである。錘を吊り下げている PC 鋼線の長さが、速度フィードバックに適した長さであるとともに、正弦波入力に対する制御力の定常応答が最小となる位置に調整されている（文献 5,6）。

1990 年以降の能動型動吸振器の研究は様々なグループにより精力的に進められ（文献 21,22） 研究の対象は制御力を如何に削減するかであった。これらの能動型動吸振器の多くは、ハイブリッド制御と呼ばれ、多くの超高層建物の風ゆれ防止装置として実用化された。余りにも多くの適用事例があり、ここに全てを示すことができない。しかし、その多くが Yang らの初期の研究と同じく（文献 14） 現代制御理論を動吸振器の制御として応用したものである。Morison は Karnopp とともに、おそらく最も初期にハイブリッド型の動吸振器を研究した一人であるが、最適制御理論による最適フィードバックゲインと制御則の持つ物理的な関係を直感的に見出すことはできないと考えていた（文献 10）。事実、現代制御理論によって、制御エネルギーを全く必要としない制御則を構成することは不可能であった。なぜならば、現代制御理論では対象とする制御系を決定しなければ、フィードバックゲインが決まらないからである。この理由は、本論文の第 5 節で説明する。

このような事情は、アクティブテンドンなどと呼ばれた能動型の装置をブレースとして用いる形式の制御方法においても変わることはなかった。先に述べた Yang の方法や著者の試みでも制御エネルギーを少なくすることは可能であっても零にすることはできなかったのである。ところが、現代制御理論とは異なり、絶対加速度フィードバックとハイブリッド制御を組み合わせた動吸振器の制御則によって、非定常不規則外乱の場合であっても、制御エネルギー吸収応答を時間の経過と共に零に収束させる方法が見つけ出された（文献 12,23）。この考え方は、制御則の物理的な意味が明確で、ハイブリッドの効果を最大限に引き出すことが可能となった。しかも、この方法は受動型減衰構造の限界を能動的に補う方法を一般化したものであり、他のシステムへも転用することが可能である。本論文は、この制御則の概念を能動型ブレース構造に応用し、非定常不規則外乱における制御エネルギー吸収応答を零に収束させる制御方法を述べたものである。

### 3 受動型減衰部材の最適化と減衰効果の限界

建物構造物の多層骨組モデルを図 1 に示す。このとき、一部の構面に筋交いを有する骨組モデルを図 3 に示す。さらに、速度に比例する理想化された線形の減衰係数を有する装置を備えた骨組モデルを図 2 に示す。ここで、地震外乱に対する応答を最も少なくできるように図 2 の減衰係数を調節することを考える。減衰係数がゼロに近づけば、図 1 の骨組モデルに近づき、逆に減衰係数が無限大に大きくなると図 3 に示すブレースモデルに接近するから、どちらの場合にも減衰が無いのと同じである。従って、減衰係数には最適な値が存在する。結論を先に示せば、図 1,3 に示す構造物各々の固有周期を求め、その丁度中間の値に図 2 に示す構造物の 1 次固有周期を調節すれば、振動制御を有利に行うことができる。本節では、地震動を定常不規則外乱として扱い、予想される応答の推定を行う。まず、図 2 に示すモデルの運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx + k_d(x - y) = mf(t) \\ k_d(x - y) - c_d\dot{y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

地震外乱としては式(3)を考え、パラメータを式(4)にて置き換える。

$$f(t) = -\ddot{x}_G \quad (3)$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}; \omega_d = \sqrt{\frac{k_d}{m}}; c_d = 2m\omega_o\eta_d \quad (4)$$

式(3),(4)を考慮して、式(1),(2)をラプラス変換すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2 + \omega_o^2 + \omega_d^2 & -\omega_d^2 \\ -\omega_d^2 & 2\omega_o\eta_d s + \omega_d^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

従って、伝達関数で表現すれば次式を得る。

$$\begin{cases} X(s) = H_x(s)F(s) \\ Y(s) = H_y(s)F(s) \end{cases} \quad (6)$$

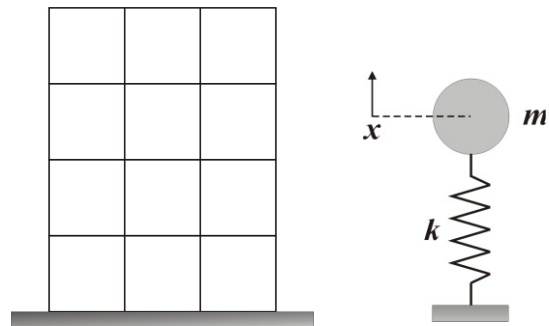


図 1 柱梁骨組とその等価モデル

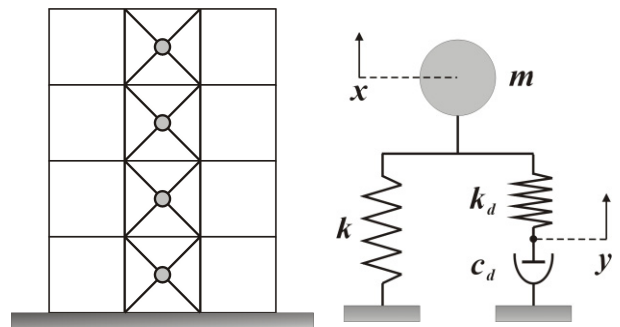


図 2 減衰装置付き柱梁骨組と基本モデル

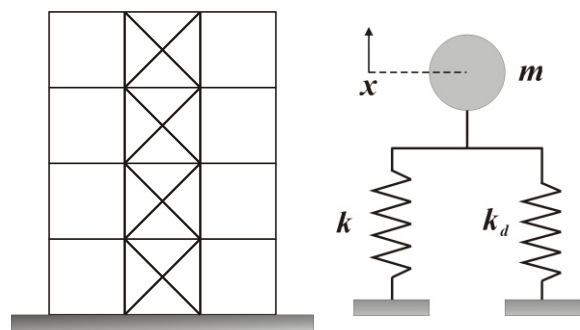


図 3 ブレース付き柱梁骨組とその等価モデル

ここで、

$$H_X(s) = \frac{\omega_d^2 + 2\omega_o\eta_d s}{2\omega_o\eta_d s^3 + \omega_d^2 s^2 + 2\omega_o\eta_d(\omega_o^2 + \omega_d^2)s + \omega_o^2\omega_d^2} \quad (7)$$

$$H_Y(s) = \frac{\omega_d^2}{2\omega_o\eta_d s^3 + \omega_d^2 s^2 + 2\omega_o\eta_d(\omega_o^2 + \omega_d^2)s + \omega_o^2\omega_d^2} \quad (8)$$

今、外乱を定常不規則過程とすれば、変位応答  $x$  の 2 乗平均期待値は式(9)を計算することで求められる。

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} H_X(i\omega)H_X(-i\omega)S_f(\omega)d\omega \quad (9)$$

地震外乱のパワースペクトル  $S_f(\omega)$  を  $S_o$  (一定) と仮定して、式(9)を計算すると次式を得る。

$$E[X^2] = \frac{\pi S_o}{2\omega_o^3} \left( \frac{1}{\eta_d} + 4 \frac{\omega_o^4}{\omega_d^4} \eta_d \right) \quad (10)$$

式(10)を減衰率  $\eta_d$  についての関数と見なせば、応答の 2 乗平均値には最小値が存在し、次式を得る。

$$E[X^2] \geq \frac{2\pi S_o}{\omega_o\omega_d^2} \quad (11)$$

等号が成立するのは、減衰率が式(12)を満足する場合である。この減衰定数を最適減衰率と定義する。ここで、示した最適減衰率の求め方は、文献 15 を参考とした。

$$\eta_d = \eta_{opt} = \frac{1}{2} \frac{k_d}{k} \quad (12)$$

ここで、減衰効果を 1 質点系の変位応答の 2 乗平均値と比較することで評価することを試みる。角振動数が  $\omega_{eq}$  で、減衰率が  $\eta_{eq}$  である 1 質点系の変位応答の外乱に対する伝達関数は次式で与えられる。

$$X(s) = H_X(s)F(s) \quad (13)$$

$$H_X(s) = \frac{1}{s^2 + 2\omega_{eq}\eta_{eq}s + \omega_{eq}^2} \quad (14)$$

従って、パワースペクトル  $S_o$  のホワイトノイズに対する変位応答の 2 乗平均期待値を計算すると次式を得る。

$$E[X^2] = \frac{\pi S_o}{2\omega_{eq}^3\eta_{eq}} \quad (15)$$

式(11)と式(15)を比較することで、筋交いに設置した受動型減衰装置の減衰効果を評価することができる。

$$\eta_{eq} = \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_o\omega_d^2}{\omega_{eq}^3} \right) \quad (16)$$

受動型減衰装置を設置した骨組の 1 次固有周期は、式(5)の特性方程式に式(12)を代入し、複素根を求めればよい。

$$2\omega_o\eta_{opt}s^3 + \omega_d^2 s^2 + 2\omega_o\eta_{opt}(\omega_o^2 + \omega_d^2)s + \omega_o^2\omega_d^2 = 0 \quad (17)$$

式(17)の厳密解を求めることは可能であるが、最適減衰率に等価な角振動数を乗じた値が  $k_d$  に等しいことを考慮すれば、複素剛性の

絶対値は  $k + 0.5k_d$  に等しい。従って、等価な角振動数は式(18)で近似できる。事実、式(17)の複素根の絶対値と式(18)は、ほぼ等しい。

$$\omega_{eq} = \omega_o \sqrt{1 + \frac{k_d}{2k}} \quad (18)$$

式(18)を式(16)に代入すると、受動型減衰装置を 1 質点系の応答で置換した場合の等価な減衰率が求められる。

$$\eta_{eq} = \frac{k_d}{2k + k_d} \sqrt{\frac{k}{2(2k + k_d)}} \quad (19)$$

従来、ブレースの軸剛性や装置の軸剛性を考慮して減衰係数の最適値を設定した研究は多く存在している。しかし、装置近傍の軸剛性を考慮するだけでは実際の建物構造から遊離したモデルとなる。事実、図 2 の基本モデルにおいて減衰係数が無限大となれば、図 3 に等価な状態となるはずである。もしも過大に評価した装置近傍の軸剛性によって図 2 に示すモデルを作成していれば、図 2 に示す基本モデルの固有周期が図 3 に示す構造モデルのそれと比較して大きく短周期側に移動することになり、これは矛盾である。式(19)が示していることは、柱梁骨組の一部にブレースを設置した建物の水平剛性  $k + k_d$  が、元の柱梁骨組の水平剛性  $k$  に比較して 2 倍以上にならなければ、高減衰と呼べるほどの効果は期待できないという事実である。

表 1 受動型減衰装置付き基本モデルのパラメーター一覧

解析モデルの 諸定数 (図 2)	受動型減衰装置の 最適値	等価 1 質点系 モデルの諸定数
$m = 1.0$	$\eta_{opt} = 0.25$	$m = 1.0$
$\omega_o = 6.32(\text{rad/s})$	$c_{opt} = 3.16$	$\omega_{eq} = 7.07(\text{rad/s})$
$\omega_d = 4.47(\text{rad/s})$		$\eta_{eq} = 0.0894$
$k = 40.0$		$k_{eq} = 50.0$
$k_d = 20.0$		$c_{eq} = 1.26$

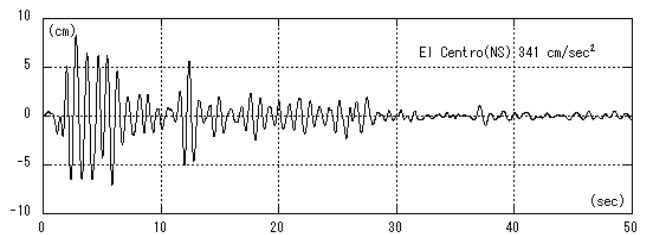


図 4 最適減衰を持つ基本モデルの時刻歴変位応答

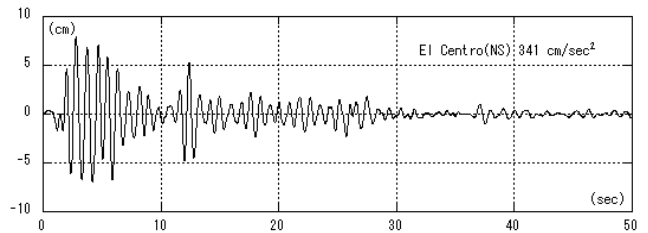


図 5 等価な 1 質点系モデルの時刻歴応答

実際、受動型の減衰装置で大型の構造物に15%を超える付加減衰効果を与えようとするれば、対象とする建物とほぼ同等の構造物が反力の支えとして必要になる。これは、重量の無い建物をもう一棟建てることと等しく、実際にこのような反力支持構造を作ることは事実上不可能に近い。実験室では可能なことも、大型の建築物では不可能であることが時としてあることに注意すべきである。

ここで示す数値計算例は、反力支持構造の剛性がかなり高い場合を取り上げ、本節で示した解析結果の妥当性を、時刻歴応答解析により検証する目的で行った。基本モデル(図2)において最適減衰係数を設定した場合の変位応答の時刻歴応答を図4に示す。解析には、El Centro (NS) 最大加速度 341cm/sec<sup>2</sup> の地震波を使用した。基本モデルの諸定数を表1に示す。反力支持構造の剛性を建物剛性の5割と仮定しているため等価な減衰効果は約9%である。図5には式(18), (19)から算定した等価な1質点系の時刻歴応答変位を示す。両者はほぼ一致しここで示した評価方法の妥当性を示している。

#### 4 能動型ブレース(基本制御)の最適化

前節で見たように受動型の減衰付と効果には限界がある。本節では受動型減衰装置の働きを再考し減衰効果を改善する手法を見出す。本節では、能動型の制御装置をブレースに組み込んだ構造を能動型ブレースと定義し、特に、図2に示す受動型減衰装置を能動型制御装置で置換した図6に示す構造を、能動型ブレースの基本制御と定義し、第5節以降で述べるハイブリッド制御と区別する。

まず、基本制御(図6)について考察する。運動方程式は図6を参照して式(20)と(21)で与えられる。式(21)を見ると判るように、主振動系の応答  $x$  を入力とすれば、ブレースの応答  $y$  は出力と考えることが可能である。出力  $y$  が増大すれば、ブレースに蓄えられるひずみエネルギーが増大する。従って、ブレースに蓄積されるひずみエネルギー吸収量を増大させるためには、式(21)の右辺  $k_d x$  を大きくすることが必要であり、これが受動型の減衰構造の場合に剛性  $k_d$  を大きくすると減衰効果が増大する理由である。また、図6に示す基本制御モデルの能動型ブレースでは、一旦、ブレースに蓄積されたひずみエネルギーを吸収する必要もある。そこで、基本制御では、式(22)に示す制御則を考察する。

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx + k_d x = k_d y + mf(t) & (20) \\ k_d y = k_d x + u(t) & (21) \end{cases}$$

$$u(t) = gkx - c_A \dot{y} \quad (22)$$

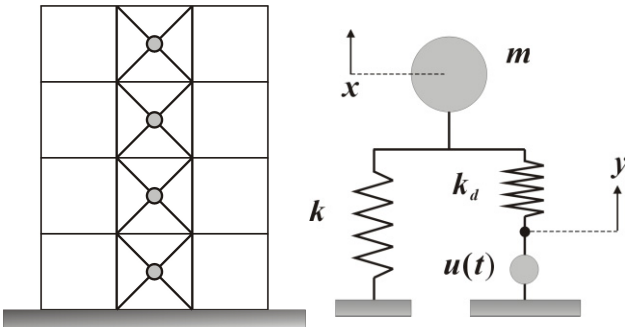


図6 能動型ブレースの基本制御

式(22)の第1項は、恰もエンジンのように反力支持構造物に歪エネルギーを蓄える役割を担い、第2項は一旦反力支持構造物に蓄えられた歪エネルギーを吸収する役目を負っている。これが、基本制御の物理的な作用である。また、フィードバックゲイン  $g$  を増大させると、単位時間当たりに消費すべき歪エネルギー量が增大するため、 $c_A$  の最適値は受動型減衰装置の最適値と比較すると大きい筈である。このことから  $g$  に見合った最適な減衰係数  $c_A$  を求める必要のあることが判る。ここでは、パラメータの置き換えを行い、前節と同じ方法で最適なフィードバックゲイン  $c_A (= c_{opt})$  を求める。

$$c_A = 2m\omega_o \eta_A \quad (23)$$

以下の計算は、第1項のフィードバックゲイン  $g$  が与えられたときの最適な  $\eta_A$  を求める目的で行われている。式(22), (23)を式(21)に代入し、ラプラス変換すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^2 + \omega_o^2 + \omega_d^2 & -\omega_d^2 \\ -\omega_o^2 g - \omega_d^2 & 2\omega_o \eta_A s + \omega_d^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

従って、応答の伝達関数は次式で与えられる。

$$H_X(s) = \frac{\omega_d^2 + 2\omega_o \eta_A s}{2\omega_o \eta_A s^3 + \omega_d^2 s^2 + 2\omega_o \eta_A (\omega_o^2 + \omega_d^2) s + \omega_o^2 \omega_d^2 (1-g)} \quad (25)$$

外乱をパワースペクトル  $S_o$  のホワイトノイズと仮定すれば、変位応答の2乗平均期待値は次式で与えられる。

$$E[X^2] = \frac{\pi S_o}{\omega_o^3} \frac{4\eta_A^2 (1-g) + \beta^2}{2\beta \eta_A (1-g)(g + \beta)} \quad (26)$$

ただし、次の置換を行った。

$$\beta = \frac{k_d}{k} = \left( \frac{\omega_d}{\omega_o} \right)^2 \quad (27)$$

式(25)で、減衰率  $\eta_A$  を変数と見なせば、前節と同様の方法で最適な  $\eta_A$  を求めることができる。結果を式(28)に示す。

$$\eta_A = \eta_{opt} = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{1}{1-g}} \quad (c_A = c_{opt} = 2m\omega_o \eta_{opt}) \quad (28)$$

以上の制御を行った場合の制御効果を前節にならない、等価な減衰率  $\eta_{eq}$  と振動数  $\omega_{eq}$  によって評価する。まず、最適減衰率  $\eta_{opt}$  を式(28)で与えた場合の式(26)は次式で与えられる。

$$E[X^2] = \frac{2\pi S_o}{\omega_o^3 (g + \beta)} \sqrt{\frac{1}{1-g}} \quad (29)$$

等価な角振動数  $\omega_{eq}$  は次の特性方程式から求められる複素根の絶対値で与えられる。

$$\begin{aligned} & 2\omega_o \eta_{opt} s^3 + \omega_d^2 s^2 \\ & + 2\omega_o \eta_{opt} (\omega_o^2 + \omega_d^2) s + \omega_o^2 \omega_d^2 (1-g) = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

前節と同様の類推を行えば、 $\omega_{eq}$  は次式で近似できる。

$$\omega_{eq} = \omega_o \sqrt{1 + \frac{(\beta - g)}{2}} \quad (31)$$

また、1 質点系の応答と比較することで、等価な減衰率を評価することができる。式(15)と式(29)が等しいと考えると等価減衰率  $\eta_{eq}$  は次式で与えられる。

$$\eta_{eq} = \frac{(g + \beta)\omega_o^3}{4\omega_{eq}^3} \sqrt{1 - g} \quad (32)$$

式(32)を見ると、フィードバックゲイン  $g$  の極端な増大は、却って振動抑制効果が減少することを示している。また、安定な制御を行うためには、フィードバックゲイン  $g$  は次式を満足する必要がある。

$$g < 1.0 \quad (33)$$

最後に、地震外乱に対する応答解析を行い、解析の妥当性を検証する。表2には、基本制御のフィードバックゲイン  $g$  を定めた場合の最適なフィードバックゲイン  $c_A$ 、ならびに、等価な1 質点系モデルを示す。これらの値は、式(28)、(31)、(32)より求めることができる。地震入力として El Centro(NS) 波、最大加速度  $341\text{cm/sec}^2$  を用い、主振動系の変位応答を等価な1 質点系モデルと比較することで解析予想の妥当性を検討する。図7、8には両者の比較を示す。最大値、時刻歴応答波形から判断して、1 質点系への置換がほぼ妥当であることが判る。

表2 能動型ブレース（基本制御）の解析パラメーター一覧

解析モデルの 諸定数 (図6)	基本制御の 最適値	等価1 質点系 モデルの諸定数
$m = 1.0$	$g = 0.3$	$m = 1.0$
$\omega_o = 6.32(\text{rad/s})$	$\beta = 0.1$	$\omega_{eq} = 6.00(\text{rad/s})$
$\omega_d = 2.0(\text{rad/s})$	$\eta_A = \eta_{opt} = 0.06$	$\eta_{eq} = 0.098$
$k = 40.0$	$c_A = c_{opt} = 0.756$	$k_{eq} = 36.0$
$k_d = 4.0$		$c_{eq} = 1.18$

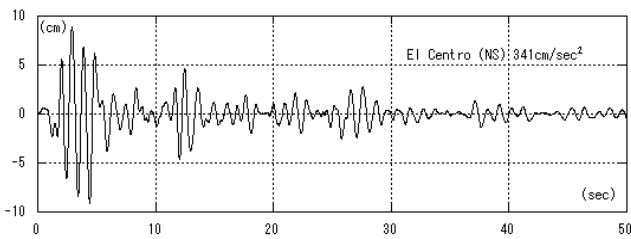


図7 最適ゲインを持つ基本制御の時刻歴変位応答

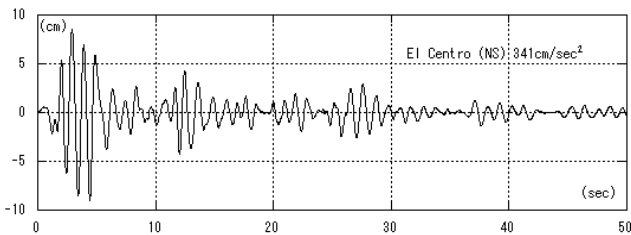


図8 等価な1 質点系モデルの時刻歴変位応答

## 5 能動型ブレース（ハイブリッド制御）のエネルギー吸収応答

前節の基本制御では、主振動系の応答  $x$  を最小化するフィードバックゲインを求めた。本節では、振動制御効果を維持したまま制御力と制御エネルギーを削減する方法を考える。ここでは、能動型ブレースに受動型の減衰装置を組み込んだ図9に示す構成の制御方法を能動型ブレースのハイブリッド制御と定義する。

まず、図9を参照して運動方程式を記述すると下式を得る。

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx + k_d x = k_d y + mf(t) \\ k_d y + c_p \dot{y} = k_d x + u(t) \end{cases} \quad (34)$$

このとき、前節の制御則(22)と同様、式(36)を制御則として採用し、このときフィードバックゲイン  $c_A$  は式(37)を、最適減衰係数  $c_{opt}$  は式(28)を、それぞれ満足するように設定する。

$$u(t) = gkx - c_A \dot{y} \quad (36)$$

$$c_{opt} = c_p + c_A \quad (37)$$

ハイブリッド制御の目的は、能動型制御装置の減衰力の一部を受動型減衰装置 ( $c_p$ ) に負担させることで、制御効果を保持したまま能動型制御装置のエネルギー吸収量を軽減することにある。従って、 $c_A$  と  $c_p$  の比率には最適値があり、この節では制御エネルギー吸収応答をゼロにする値を以って、 $c_A$  の最適値と定義する。図9を参照すると、非正常不規則外乱である地震外乱に対しては、制御則の如何によらず、次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mf(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

両辺に速度ベクトルを掛けて合計すると、応答パワーの釣り合い式が得られる。

$$\begin{aligned} m\dot{x}\ddot{x} + c_p \dot{y}^2 + kx\dot{x} + k_d \dot{x}(x - y) - k_d \dot{y}(x - y) \\ - \dot{y}u(t) = \dot{x}f(t) \end{aligned} \quad (39)$$

地震が発生してから終了するまでの時間  $T$  で両辺を積分すると時刻  $T$  におけるエネルギー積分の釣り合い式を得る。

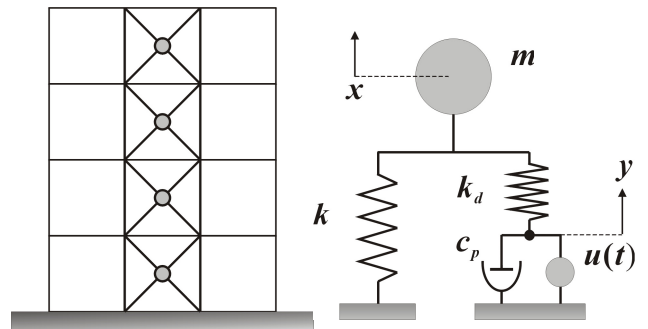


図9 能動型ブレースのハイブリッド制御

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k_d(x-y)^2 + c_p \int_0^T \dot{y}^2 dt - \int_0^T \dot{y}u(t)dt = m \int_0^T \dot{x}f(t)dt \quad (40)$$

系が安定であれば、時間の経過と共に振動は減衰する。従って、式(40)の釣り合いは次式に帰着する。

$$c_p \int_0^{+\infty} \dot{y}^2 dt - \int_0^{+\infty} \dot{y}u(t)dt = m \int_0^{+\infty} \dot{x}f(t)dt \quad (41)$$

式(41)の左辺の第1項は受動型減衰装置の吸収エネルギーを表し、第2項は能動型制御装置の制御吸収エネルギーを表している。また、右辺は地震動による系への総入力エネルギーを表している。もしも、どのような地震が発生するか、事前に最初から最後まで既知であればエネルギー積分を求めることができる。従って、事前に受動型減衰装置の $c_p$ を式(42)の値に調整しておくことができれば、制御エネルギー吸収応答を時間の経過と共に零に収束させることができる。勿論、未来を予測することは不可能であるから、地震が発生する以前に最適な減衰係数 $c_p$ を設定することはできない。これが決定論的なアプローチの限界である。

$$c_p = \frac{m \int_0^{+\infty} \dot{x}f(t)dt}{\int_0^{+\infty} \dot{y}^2 dt} \quad (42)$$

さて、外乱が定常不規則過程であるとすれば、確率論的にアンサンブル平均を取ることによって、式(42)に対応する式(43)を評価することが可能となる。ただし、外乱のスペクトルを仮定しなければならぬ。もしも、如何なる外乱のスペクトルに対しても式(43)の成立を期待するならば、当然式(43)はホワイトノイズに対しても成立すべきであり、これは必要条件となる。

$$c_p = \frac{mE[\dot{X}F]}{E[\dot{Y}^2]} \quad (43)$$

外乱がホワイトノイズであれば、式(43)の分母は次式で与えられる。

$$E[\dot{Y}^2] = \frac{\pi S_o}{2\omega_o \eta_{opt}} \left( \frac{g + \beta}{\beta} \right) \quad (44)$$

一方、式(43)の分子は次式と等価である。

$$E[\dot{X}F] = E \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{h}_x(\tau) f(t-\tau) d\tau f(t) \right] \quad (45)$$

ここで、 $\dot{h}_x(t)$ は速度のインパルス応答関数である。式(45)は式(46)に等しい。また、外乱の自己相関関数は式(47)で定義できるので、式(45)は結局、式(48)に等しい。

$$E[\dot{X}F] = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{h}_x(\tau) E[f(t-\tau)f(t)] d\tau \quad (46)$$

$$R_F(\tau) = E[f(t-\tau)f(t)] \quad (47)$$

$$E[\dot{X}F] = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{h}_x(\tau) R_F(\tau) d\tau \quad (48)$$

ここでは、外乱をパワースペクトル $S_o$ のホワイトノイズと仮定しているので、自己相関関数はデルタ関数を用いて次式となる。

$$R_F(\tau) = 2\pi S_o \delta(\tau) \quad (49)$$

一方、速度のインパルス応答は式(50)を満足するので、式(48)に式(49)、(50)を代入して式(51)を得る。

$$\dot{h}_x(+\varepsilon) = 1 \quad \dot{h}_x(-\varepsilon) = 0 \quad (50)$$

$$E[\dot{X}F] = 2\pi S_o \times \frac{1}{2} \dot{h}_x(+\varepsilon) = \pi S_o \quad (51)$$

式(44)、(51)を式(43)に代入すると、受動型減衰装置の最適な $c_p$ とフィードバックゲインの最適値 $c_A$ は、式(52)で与えられる。

外乱のスペクトルによらずに式(43)が満足されるためには、式(52)が必要条件となる。勿論、これは十分条件ではなく、式(43)の成立を全スペクトルに対して保証するものではない。しかし、我々は、決定論的な手法では得られなかった解析解を得ることができたのである。

$$c_p = \frac{\beta}{\beta + g} c_{opt} \quad c_A = \frac{g}{\beta + g} c_{opt} \quad (52)$$

次に、式(52)は式(43)を如何なるスペクトルに対しても成立させるための、十分条件であることを示す。式(52)が成立すれば $X(s)$ 、 $Y(s)$ ならびに制御力 $U(s)$ の外力 $F(s)$ に対する伝達関数は、それぞれ下式で与えられる。

$$X(s) = \frac{\omega_d^2 + 2\omega_o \eta_{opt} s}{\Delta(s)} F(s) \quad (53)$$

$$Y(s) = \frac{\omega_d^2 + \omega_o^2 g}{\Delta(s)} F(s) \quad (54)$$

$$U(s) = \frac{gk\omega_d^2}{\Delta(s)} F(s) \quad (55)$$

ただし

$$\Delta(s) = 2\omega_o \eta_{opt} s^3 + \omega_d^2 s^2 + 2\omega_o \eta_{opt} (\omega_o^2 + \omega_d^2) s + \omega_o^2 \omega_d^2 (1-g) \quad (56)$$

上式を考慮して、制御パワーの期待値を計算すると式(57)となり、外乱のスペクトルと無関係に制御パワーは零となる。従って、式(43)が如何なるスペクトルの定常不規則外乱に対しても成立するために、式(52)は必要十分条件であることが証明された。

$$E[U\dot{Y}] = \frac{gk\omega_d}{\omega_o^2 g + \omega_d^2} E[Y\dot{Y}] = 0 \quad (57)$$

最後に現代制御理論との比較を述べる。一般的に、現代制御理論では制御対象を決定しないと制御則を決めることができない。従って、式(42)を満足する制御則を作ることは不可能なのである。なぜなら、ここで述べた方法は制御則を決定してから制御対象を変化させる手法だからである。

## 6 能動型ブレース（ハイブリッド制御）の制御力応答

前節では、能動型ブレースのハイブリッド制御を対象に、受動型減衰装置を調節して制御パワー応答を確率論的な意味で極小化する最適解を求めた。ここでは、制御力応答の期待値を最小とする受動型減衰装置の最適解を求める。式(35)より、制御力応答は次式を満足する。

$$u(t) = k_d(y - x) + c_p \dot{y} \quad (58)$$

前節までの手法を踏襲して、外乱が定常不規則過程であるとすれば、制御力応答の2乗平均期待値は次式となる。

$$E[U^2] = c_p^2 E[\dot{Y}^2] - 2c_p k_d E[X\dot{Y}] + k_d^2 E[(Y - X)^2] \quad (59)$$

式(59)は、 $c_p$  についての2次関数である。従って、 $c_p$  が次の値をとるとき、最小になる。

$$c_p = k_d \frac{E[X\dot{Y}]}{E[\dot{Y}^2]} \quad (60)$$

一方、時刻歴上で制御パワーを求めると、次の関係式を得る。

$$u(t)\dot{y} = c_p \dot{y}^2 + k_d \dot{y}(y - x) \quad (61)$$

再び、外乱を定常不規則過程とすれば、式(61)の両辺の期待値を計算することが可能である。

$$E[U\dot{Y}] = c_p E[\dot{Y}^2] + k_d E[\dot{Y}(Y - X)] \quad (62)$$

従って、アンサンブル平均の意味で、左辺の制御パワーが零となる減衰係数  $c_p$  の値は次式で与えられる。

$$c_p = k_d \frac{E[X\dot{Y}]}{E[\dot{Y}^2]} \quad (63)$$

式(60)と式(63)は等しい。従って、外乱のスペクトルに依存することなく、制御力の2乗平均期待値を最小とする減衰係数と制御パワーを零とする減衰係数は、互いに等しいことが判る。前節において、如何なるスペクトルを有する定常不規則外乱に対しても制御パワーを最小とする期待値は式(52)であることが証明されている。従って、如何なるスペクトルを有する定常不規則外乱に対しても、制御力応答を最小とする条件式は(52)に等しい。

結局、定常不規則過程の制御パワー応答のアンサンブル平均値をゼロにするための期待値として求めた最適な減衰係数は、同時に、制御力応答をも最小にする期待値であった。しかも、この値は定常不規則外乱のスペクトルに無関係であることも示されたのである。

## 7 数値解析

前節までに、能動型ブレースのハイブリッド制御における最適なフィードバックゲインを確率論的に求めた。本節では、予め制御ゲインや制御パラメータを与えた解析モデルを作る。次に、この解析モデルに対して地震動を入力し、時刻歴応答を数値解析する。最後に、式(64)によって、制御エネルギー吸収応答の収束判定を行う。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \dot{y}u(t)dt = 0 \quad (64)$$

地震発生前に地震外乱の全ての情報を知っていれば、式(42)によって  $c_p$  を計算した後にシステムを構築し、能動型減衰装置のエネルギー吸収応答を零に収束させること、即ち、式(64)を満足させることが可能である。しかし、未来を予測できない以上これは無理な話である。そこで、非定常不規則外乱である地震動の代わりに、定常不規則外乱を仮定し式(64)を確率論的に満足する期待が最も高い  $c_p$  の値を求めたのである。式(52)によって、 $c_p$  や  $c_A$  などは事前に計算することが可能である。この場合、任意の地震動を作用させたときに、はたして式(64)は満足されるのであろうか。これが、この節の数値解析の目的である。

表3には、2つの解析モデルのパラメータを示す。最適な減衰率は式(28)より計算した。また、制御エネルギー吸収応答を消去するためには、受動型の減衰装置の最適減衰係数を式(52)から決定すればよい。まず、対象とする振動系を Case1 の解析モデルとし単位質量当たりの総入力エネルギー応答、制御エネルギー吸収応答、受動型減衰装置のエネルギー吸収応答の3つをそれぞれ次式で定義する。なお、系に入力してくるエネルギーは負値で、系において吸収されるエネルギーは正値で示した。これが、下式における符号の根拠である。

$$E_i(T) = \int_0^T \ddot{x}_G(t)dt \quad (\text{Total Input Energy}) \quad (65)$$

$$E_c(T) = -\frac{1}{m} \int_0^T \dot{y}u(t)dt \quad (\text{Control Energy}) \quad (66)$$

$$E_d(T) = \frac{c_p}{m} \int_0^T \dot{y}^2(t)dt \quad (\text{Damping Energy}) \quad (67)$$

次に、地震外乱として、EI Centro(NS) 341cm/sec<sup>2</sup> を作用させた。式(65)、(66)、(67)、それぞれのエネルギー吸収応答の時刻歴を計算した結果が図10である。非定常不規則外乱の代表である地震動に対しても、事前に最適パラメータを設定した振動系において、制御エネルギー吸収応答が時間の経過と共に零に収束することが判る。同様の計算を Taft(EW)最大加速度 176cm/s<sup>2</sup> について行った結果を図11に示す。また、表3に示す Case2 の解析モデルで、EI Centro(NS)341cm/s<sup>2</sup> について計算した結果を図12に示す。いずれの場合も、制御エネルギー吸収応答は式(64)を満足する。

この理由は、次のように証明することができる。まず、伝達関数(54)、(55)を参照すると式(64)は次式に等しい。

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \dot{y}u(t)dt &= \frac{gk\omega_d^2}{\omega_o^2 g + \omega_d^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \dot{y}y(t)dt \\ &= \frac{gk\omega_d^2}{2(\omega_o^2 g + \omega_d^2)} \lim_{T \rightarrow \infty} y^2(T) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (68)$$

従って、如何なる地震外乱であっても、系が安定である限り、制御エネルギー応答は次第に零に収束する。また、式(66)から、制御エネルギー応答は常に負値となることも証明される。図10~12において制御エネルギー応答が負であるのはこのためである。

表3 能動型ブレース(ハイブリッド制御)のパラメーター一覧

解析モデルの 諸定数(図9)	ハイブリッド 制御の最適値 (Case1)	ハイブリッド 制御の最適値 (Case2)
$m = 1.0$	$g = 0.3$	$g = 0.6$
$\omega_o = 6.32(\text{rad/s})$	$\beta = 0.1$	$\beta = 0.1$
$\omega_d = 2.00(\text{rad/s})$	$c_{opt} = 0.756$	$c_{opt} = 1.000$
$k = 40.0$	$c_p = 0.189$	$c_p = 0.143$
$k_d = 4.0$	$c_A = 0.567$	$c_A = 0.857$

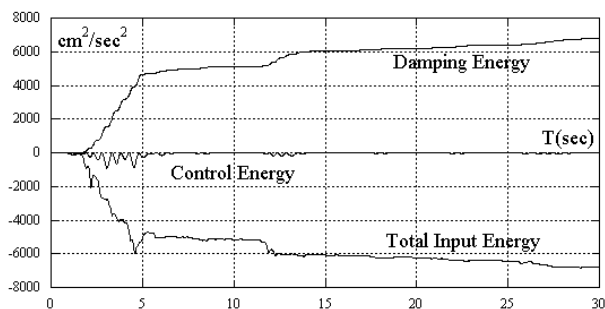


図10 Case1時刻歴応答 El Centro (NS) 341cm/sec²

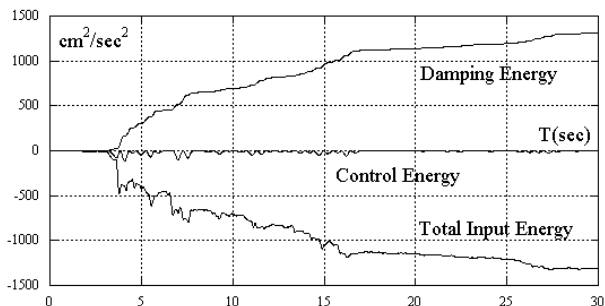


図11 Case1時刻歴応答 Taft (EW) 176cm/sec²

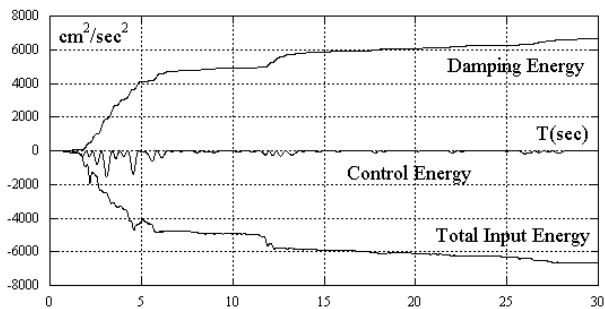


図12 Case2時刻歴応答 El Centro (NS) 341cm/sec²

## 8 結 語

地震外乱に対し、建築構造物内部に設置された受動型の減衰装置によって付加できる減衰効果には限界があり、その値はかなり低いと言わざるを得ない。受動型の減衰装置はいくらでもエネルギーを吸収できるように製作することが可能かもしれないが、装置にエネルギーを集中することが事実上不可能であるため、装置の持つエネルギー吸収能力を生かすことが困難である。

同じ条件で、能動型制御装置を制御する方法には、制御エネルギーを何ら必要としない方法が存在する。その制御方法によれば、地震外乱のスペクトルによらず、常に制御エネルギーを時間の経過と

共に零に収束させることが可能である。

従来、我々は、耐力、変形能力、吸収エネルギー能力の3点を以って、地震による部材損傷を定義してきた。特に、エネルギー積分値を以って地震時の部材損傷を評価する方法は構造形式に依存しない手法として有効であるとされてきた。しかし、従来のエネルギー積分による部材損傷評価方法を当てはめることのできない能動型構造部材が、少なくとも理論上は存在するのである。

## 参考文献

- [1]Akiyama,H., " Earthquake Resistant Design, Base Isolation and Control of Seismic Responses," International Workshop on Recent Developments in Base-Isolation Techniques for Buildings, pp.49-59, April,1992
- [2]Chang,C.H.,Soong,T.T., " Structural Control Using Active Tuned Mass Dampers," ASCE,EM6,Vol.106,pp.1091-1098,Dec.,1980
- [3]Chung,L.L.,Reinhorn,A.M.,Soong,T.T., " Experiments on Active Control of Seismic Structures," Journal of Engineering Mechanics, Vol.114, No.2, pp.241-256, Feb.,1988
- [4]Kurata,N.,Kobori,T.,Takahashi,M.,Niwa,N.,Kurino,H., " Shaking table experiment of active variable damping system," Proceedings of the First World Conference on Structural Control, Vol.2, TP2, pp.108-117,1994
- [5]Kobori,T., et al., " Seismic-response-controlled Structure with Active Mass Driver System (Part 1) Design," Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.20,No.2,pp.133-149, Feb.,1991
- [6]Kobori,T., et al., " Seismic-response-controlled Structure with Active Mass Driver System (Part 2) Verification," Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol.20, No.2, pp.133-149 Feb.,1991
- [7]Kobori,T., et al., " Shaking Table Experiment and Practical Application of Active Variable Stiffness(AVS) System," Proc. of 2<sup>nd</sup> Conference on Tall Building in Seismic Regions, Council on Tall Buildings and Urban Habitat, pp.213-222, May, 1991
- [8]Lund,R.A., " Active Damping of Large Structures in Winds," ASCE, Convention and Exposition, Boston, April,1979
- [9]McNamara,R.J., " Tuned Mass Dampers for Buildings," ASCE, Journal of Structural Division,Vol.103,pp.1785-1798,Sept.,1977
- [10]Morison,J.,Karnopp,D., " Comparison of Optimized Active and Passive Vibration Absorber," 14<sup>th</sup> Annual Joint Automatic Control Conference, Ohio State Univ.,Columbus,Ohio,pp.932-938,June,1973
- [11]Nishimura,I., Abdel-Ghaffar,A.M., Masri,S.F., Miller,R.K., Beck,J.L., Caughey,T.K., " An Experimental Study of the Active Control of a Building Model," Journal of Intelligent Materials Systems and Structures, Vol.3, No.1, pp.134-164,January,1992
- [12]Nishimura,I., Sakamoto,M., Yamada,T., Koshika,N., Kobori,T., " The Optimal Active Tuned Mass Damper under Random Excitation," Proc. of the 5<sup>th</sup> International Conference of Adaptive Structures, pp.334-343, Sendai, Nov.,1994
- [13]Roorda,J., " Tendon Control in Tall Structures," ASCE, Journal of the Structural Division, Vol.101, No.3, pp.505-521, March,1975
- [14]Samali,B., Yang,J.N., Yeh,C.T., " Control of Lateral-Torsional Motion of Wind-Excited Buildings," ASCE, Journal of the Engineering Mechanics, Vol.111, No.6,pp.777-796, June,1985
- [15]Warburton,G.B., " Optimum Absorber Parameters for Various Combinations of Response and Excitation," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, pp.381-401,1982
- [16]Yang,J., " Application of Optimal Control Theory to Civil Engineering Structures," ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.101, No.6, pp.819-838, Nov.,1975
- [17]Yao,J.T.P., " Concept of Structural Control," ASCE, Journal of the Structural Division, Vol.98, No. ST7, pp.1567-1574,1972
- [18]栗野治彦、山田俊一、小堀鐸二、" エネルギー吸収能力最大化を目的としたセミアクティブダンパの開発(その1)"、日本建築学会学術講演梗概集、B-2、構造2、pp.829-831,2000
- [19]小堀鐸二、他、" 構造性能可変型制震システムの研究 可変剛性・減衰機構の基本特性と振動台による基礎実験、" 構造工学論文集 Vol.37B, pp.183-191, March,1991
- [20]小堀鐸二、他、" ダイナミックインテリジェントビルの試みー可変剛性を有するD.I.B.、" 日本建築学会大会梗概集B、構造1,pp.839-841,8月,1986
- [21]柴慶治、田村和夫、佐武直紀、横田治彦、来田義弘、" ハイブリッドマスタンパー(HMD)を用いた建築構造物の応答制御、" アクティブ制震(振)シンポジウム論文集、pp.263-270, March 1992
- [22]谷田宏次、小池祐二、他、" 2軸ハイブリッド式制振装置の開発と適用例、アクティブ制震(振)シンポジウム論文集、pp.271-278, March,1992
- [23]西村功 " アクティブ動吸振器による建築構造物の振動制御、" 東京大学学位論文、1994